RIIKLIK EKSAMI- JA KVALIFIKATSIOONIKESKUS

matemaatika eksamid

2007

2007. AASTA MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI ANALÜÜS

Koostaja: Kairi Kasemets
Toimetaja: Marin Vinkel

1. 2007. A MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI EESMÄRK

Eksami eesmärk (vastavalt haridusministri määrusele nr 75 "Põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite korraldamise ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpetamise tingimused ja kord", jõustunud 10.01.2002)
Matemaatika riigieksami eesmärgiks on:

- hinnata riiklikus õppekavas määratletud õpitulemuste saavutatust eksamiaines;
- suunata õppeprotsessi eksami sisu ja vormi kaudu;
- siduda omavahel järjestikuseid haridusastmeid ja -tasemeid.

Lisaks võimaldavad gümnaasiumi riigieksamid:

- õpilastel saada objektiivset ettekujutust oma õpitulemustest ja koolil ennast hinnata;
- kooli pidajal, Haridus- ja Teadusministeeriumil, lastevanematel ja teistel saada tagasisidet õppimise ning õpetamise tulemuslikkusest koolis;
- võrrelda gümnaasiumilõpetajate eksamitulemusi;
- ühitada gümnaasiumi lõpueksamid kutseõppeasutuse, rakenduskõrgkooli ja ülikooli sisseastumiseksamitega.

2. 2007. A MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI PÕHIANDMED

2.1. Eksamitöö põhiandmed

2007. aastal toimus kaks matemaatika riigieksamit: 18. mail (kõikidele, kes eksamit teha soovisid), 4. juunil (lisaeksam neile, kes ei saanud mõjuvatel põhjustel põhieksamil osaleda).
Mõlemad 2007.a matemaatika riigieksamid olid kaheosalised kirjalikud eksamid. Eksami mõlema osa kestus oli 120 minutit ning vaheaeg kahe osa vahel oli 45 minutit. Eksamivariantide koostamisel lähtuti "Põhikooli ja gümnaasiumi riikliku õppekava" (kinnitatud Vabariigi Valitsuse määrusega nr. 56 25.01.2002. a) määratud õppesisust ja õpitulemustest. Teooriaküsimusi eksamitöös iseseisvate üleannetena ei esinenud. Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed olid vastavate ülesannete tekstidega ette antud. Valemeid pidi eksaminand teadma peast; teatmike, käsiraamatute ja muude abimaterjalide kasutamine oli eksamil keelatud. Ilma tekstimäluta kalkulaatorite kasutamine oli lubatud. Kui kalkulaatoril, mida eksaminand kasutas, olid klahvid, mis võimaldasid teha mahukaid arvutusi valemeid kasutamata, tuli vastavad valemid eksamitöösse kirjutada.

I osa eksamiülesannete komplekt sisaldas 6 ülesannet (ülesanded 1 – 6), II osa ülesannete komplekt 4 ülesannet (ülesanded 7 – 10).
Eksaminand pidi lahendama kõik esimese osa ülesanded, teise osa ülesannetest 7. ja 8. ning omal valikul ülesannete 9 ja 10 hulgast veel kas 9. või 10. ülesande.
Igas eksamitöös hinnati seega maksimaalselt 9 ülesande lahendusi. Üks õigesti lahendatud ülesanne andis kas 5, 10, 15 või 20 punkti, vastavalt tabelile 1.

Tabel 1

	I osa						II osa			
Ülesande järjekorranumber	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Maksimaalne hindepunktide arv	5	5	10	10	10	10	15	15	20	20

Tabelist 1 nähtub, et eksamitöö kummastki osast võis eksaminand saada maksimaalselt 50 hindepunkti ning kogu töö eest 100 hindepunkti.

2.2. Gümnaasiumi 18. mai riigieksami variantide analüüs

Analüüsime eksamivariante ainekursuste (teemad 1...8), klasside (X, XI, XII), omandamistasemete (õpitulemused 1...7), hindepunktide (0...100) ja ülesannete (1...11) lõikes.

Ainekava teemad (kursused) jagunevad tavaliselt klassiti järgmiselt:

10. klass

1- Reaalarvud, võrrandid ja võrratused.
2- Trigonomeetria.
3- Vektor tasandil. Joone võrrandid.

11. klass

4- Jada. Funktsioonid.
5- Funktsioonid II.
6- Funktsiooni piirväärtus ja tuletis.

12. klass

7- Tõenäosusteooria ja kirjeldav statistika.
8- Stereomeetria. Vektor ruumis.
9- Kordamine

Tabelis 2 on esitatud kogu eksamivariandi (10 ülesannet) hindepunktide (120 punkti) jaotus teemade lõikes ülesannete kaupa.

Tabel 2

Osa	**Ülesanne**	**Punkte**	**Teema**							
			1	2	3	4	5	6	7	8
I	1.	5	5							
	2.	5							5	
	3.	10	2					8		
	4.	10					10			
	5.	10	2		8					
	6.	10				10				
II	7.	15		3	12					
	8.	15	4					11		
	9.	20	4					16		
	10.	20		2						18
	Kokku	120	17	5	20	10	10	35	5	18

Eksaminand pidi lahendama esimesed 8 ülesannet ja omal valikul kas 9. või 10. ülesande. Valikust sõltuvalt jagunevad ka maksimaalselt võimalikud 100 punkti erinevalt. Olgu valik A ülesanded 1-9 ning valik B ülesanded 1-8 ja 10. Tabelis 3 on esitatud 9 eksamiülesande valiku alusel hindepunktide jaotus teemade lõikes.

Tabel 3

Valik	Punkte	Teema							
		1	2	3	4	5	6	7	8
A	100	17	3	20	10	10	35	5	-
B	100	13	5	20	10	10	19	5	18

Valik A asetab rõhu matemaatilise analüüsi elementidele ja valik B asetab rõhu stereomeetriale. Esimene valik eelistab õpilasi, kellel on tugevam analüütiline mõtlemislaad ning teine valik eelistab õpilasi, kellel on tugevam kujundiline mõtlemislaad. Tabelis 4 on võrreldud teemade jaotumist viimaste aastate eksamivariantides. Teemade osakaalud on antud kõikide ülesannete alusel.

Tabel 4

Aasta	Teema							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2005	30,8	6,7	12,5	2,5	10	12,5	5	20
2006	15,8	15.8	17,5	10	9,2	12,5	4,2	15
2007	14,2	4,2	16,6	8,3	8,3	29,2	4,2	15

Tabeli 4 põhjal saab väita, et erinevate teemade osakaalud on eelnevatel aastatel erinevad. Teema 2 (trigonomeetria) osakaal on 2007. aastal oluliselt vähenenud, suurenenud on aga teema 6 (funktsiooni piirväärtus ja tuletis) osakaal. Muidugi on mõningate ülesannete puhul erinevate teemade alla kuulumine vaieldav.
Võrreldes 2007. aasta riigieksamit 2006. aasta riigieksamiga, on näha, et tervikuna on suurenenud 11. klassi teemade osakaal ja vähenenud 10. klassi teemade osakaal.

Viimasena analüüsime hindepunktide jaotust eksamivariandis õpitulemuste lõikes. Õpitulemustes eristatakse 7 aspekti. Neist õpitulemused 1 ja 2 vastavad äratundmise, arusaamise ning mõistmise tasandile:

1) õpilane teab gümnaasiumi ainekavaga määratud mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
2) õpilane saab aru matemaatika ainekavaga määratud mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest ning oskab neid kasutada.

Rakendamisoskuse tasandile vastavad:

1) õpilane saab probleemist aru;
2) õpilane oskab informatsiooni tõlgendada (teha kujundite ja kehade jooniseid, joonistada ning lugeda funktsioonide graafikuid);
3) õpilane oskab valida lahendamisstrateegiat;
4) õpilane oskab andmeid töödelda (teha nõutavaid arvutusi, hinnata tulemusi);
5) õpilane oskab informatsiooni esitada, oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada), annab korrektse vastuse.

Vastavate hinnangute põhjendamine (mis on subjektiivne) on ära toodud ülesannete kaupa. Iga ülesande hindepunktid on jaotatud vastavalt sellele, kuivõrd hindamisjuhendist selgub, millisele aine omandamise tasemele need punktid vastavad. Hindepunktide jaotus eksamivariantides õpitulemuste ja ainekava teemade lõikes on antud tabeliga 5.

Tabel 5

Ülesanne / Tase	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Hindepunkte kokku
Teadmine	5	4	5	3			4	2	1		24
Mõistmine		1	3	2	4	2	2	2	2	2	20
Arusaamine			2	1	3	3	7	5	7	8	36
Rakendamine				4	3	5	2	6	10	10	40

Ülesanne 1. Arvutamise ülesanne, kus on vaja kasutada summa ja vahe korrutise valemit ning negatiivse astmega astendamist. Ülesanne vastab teadmise tasemele.
Ülesanne 2. Tõenäosuse mõiste teadmine, sündmuse definitsiooni mõistmine ning tõenäosuse arvutamine. Seega vastab ülesanne teadmise ja mõistmise tasemele.
Ülesanne 3. Funktsiooni uurimise ülesanne – teadmise, mõistmise ning arusaamise tase.
Ülesanne 4. Trigonomeetrilise funktsiooni tundmine. Ülesanne vastab kõigile neljale tasemele.
Ülesanne 5. Rakenduslik ülesanne, vastab mõistmise ja arusaamise ning rakendamise tasemetele.
Ülesanne 6. Ülesanne ei ole tüüpülesanne, õpilane rakendab oma teadmisi uudses olukorras. Ülesanne kontrollib arusaamise ja rakendamise taset.
Ülesanne 7. Planimeetriaülesanne, kus on vaja rakendada teadmisi trapetsi lahendamisest: kontrollib teadmise, mõistmise, arusaamise ning rakendamise taset.
Ülesanne 8. Ülesanne, mis kontrollib erinevate mõistete ning seoste teadmist ja kasutamist. Vastab teadmise, mõistmise, arusaamise ja rakendamistasemele.
Ülesanne 9. Ülesande lahendamine eeldab eksaminandilt kõiki nelja taset.
Ülesanne 10. Stereomeetriaülesanne eeldab ruumilist mõtlemist, vastab arusaamise ja rakendamise tasemele.

Tabel 6 esitab kokkuvõtte erinevate valikute ja osade lõikes. Vastavad suhtarvud näitavad, kui suur osa kogu eksamitööst kontrollib aine omandatust vastavatel tasemetel.

Tabel 6

	Teadmine	Mõistmine	Arusaamine	Rakendamine
Kogu töö ulatuses	20%	17%	30%	33%
Valik A	24%	18%	28%	30%
Valik B	23%	18%	29%	30%
Töö I osa	34%	24%	18%	24%
Töö II osa Valik A	14%	12%	38%	36%
Töö II osa Valik B	12%	12%	40%	36%

Viimasest tabelist järeldub, et eksamitöö kontrollis aine omandamist 20% ulatuses teadmiste tasemel, 17% ulatuses mõistmise tasemel, 30% eksamist vastas arusaamise tasemele ning 33% nõudis rakendusoskuse taset.

Tavaliselt on kõige probleemsemad rakendusoskuse taset nõudvad ülesanded, ent 67% teadmistest tuli esitada teadmise, mõistmise ja arusaamise tasemel. Seega oleks pidanud eksamiülesanded olema jõukohased enamikule õpilastest.

Võrdleme saadud tulemusi 2006. ja 2005. aasta eksamitööde hinnangutega. Eelnevate aastate vastavad hinnangud on jaotatud kahe tasandi vahel. Nendeks tasanditeks on äratundmise, memoriseerimise ja arusaamise tasand (I tasand) ja rakendusoskuse tasand (II tasand).

Tabel 7

		2005	2006	2007
Töö I osa	**I tase**	68%	66%	58%
	II tase	32%	34%	42%
Töö II osa	**I tase**	28%	26%	26%
Valik A	**II tase**	72%	74%	74%
Töö II osa	**I tase**	28%	32%	24%
Valik B	**II tase**	72%	68%	76%

Nagu näha, on 2007. aasta eksami esimeses osas põhirõhk seega I taseme ülesannetel . Töö teine osa on koostatud vastupidi, sisaldades rohkem teise osa ülesandeid. Sama seaduspära on näha ka 2005. ja 2006. aasta eksamitöödes.

2.3. Eksamitöö hindamine

Matemaatika riigieksami tööde hindamisel lähtuti järgmistest kriteeriumidest. Kas eksaminand:

- teab keskkooli matemaatika kursuses käsitletavaid mõisteid, fakte, meetodeid ja
protseduure;
- saab matemaatika mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest aru,
oskab neid kasutada;
- saab probleemist (ülesandest) aru;
- oskab teha ülesandes nõutud arvutusi, oskab kasutada arvutusvahendeid ning
arvutustulemusi hinnata;
- oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada);
- oskab teha tasandiliste kujundite ja ruumiliste kehade jooniseid, joonestada
funktsioonide graafikuid ning neid lugeda;
- vastab küsimustele korrektselt.

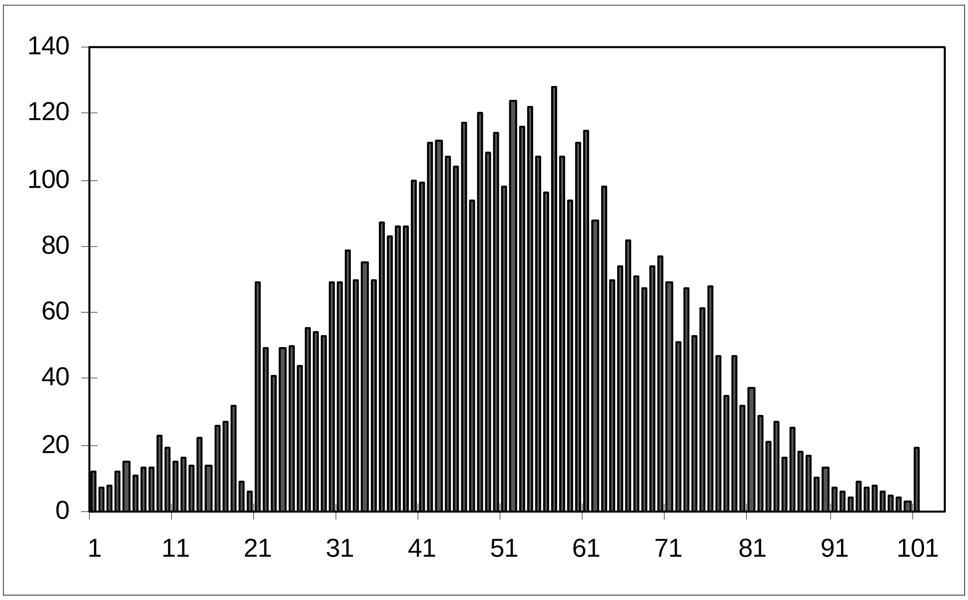
Eksamitöid hinnati ülesannete kaupa. Hindepunktide jaotust näitab tabel 1.

3. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI TULEMUSTE STATISTILINE ANALÜÜS

3.1. Tulemused terviktöö kohta

Kokku hinnati riiklikus eksami- ja kvalifikatsioonikeskuses 2007. aastal 5513 matemaatika riigieksamitööd, millest 5478 tööd oli kirjutatud põhieksamil 18. mail ja 35 tööd 4. juunil.
Eksamitulemuste aritmeetiline keskmine oli 49,30 hindepunkti võimalikust 100 punktist. Eksami sooritatus on 49,3%, standardhälve 19,1.
Eksamitulemuste jaotus on esitatud joonisel 1.

Joonis 1



Tabelis 9 esitatud eelnevate aastate eksaminandide arvu ja keskmise tulemuse võrdlusest on näha, et aasta-aastalt väheneb riigieksami sooritajate arv ning ka aritmeetiline keskmine.

Tabel 9

Aasta	Osalejate arv	Keskmine
2006	6289	50,65
2005	7127	52,03
2004	7207	56,20

Haridusministri määruse nr 18 (jõustunud 04.02.2002) "Õpitulemuste välishindamise põhimõtted, riigieksamitööde, põhikooli lõpueksamitööde ja üleriigiliste tasemetööde koostamise, hindamise ja tulemuste analüüsi alused" põhjal sätestatakse, et koolid jaotatakse riigieksamite tulemuste avalikustamisel järgmistesse gruppidesse:

1) teeninduspiirkonnaga koolid:
a) suurlinnad Tallinn, Tartu, Pärnu, Narva, Kohtla-Järve;
b) maakonnalinnad;
c) väikelinnad ja vallad;
2) teeninduspiirkonnata koolid (vt "Haridusministeeriumi Teataja" nr 15, 1999).

Tuues eraldi välja veel kutseõppeasutused ja õhtukoolid ning lähtudes ülaltoodud gruppidest, jaotusid üldtulemused nii, nagu näidatud tabelis 10.

Tabel 10

Kooli asukoht	**Vastajate arv**	**Min**	**Max**	**Ulatus**	**Keskmine**	**Standard-hälve**
Teenindus-piirkonnata koolid	820	4	100	96	59,56	19,02
Maakonnakeskus	964	4	100	96	52,50	16,14
Suurlinn	2067	0	100	100	50,06	18,00
Vald, väikelinn	1297	2	89	87	46,09	15,61
Kutseõppe-asutused	200	0	66	66	15,90	13,71
Täiskasvanute gümnaasiumid	130	2	91	89	29,09	16,50

Teeninduspiirkonnata koolide õpilaste keskmine tulemus on vähemalt 7 punkti võrra kõrgem teiste koolide keskmisest tulemusest. Maakonnakeskuste koolidel on paremad tulemused, võrreldes suurlinna koolidega, keskmiste vahe ümmarguselt kaks hindepunkti. Kõige nõrgemad tulemused on kutseõppeasutustel, jäädes parimatele alla neljakordselt. Võrdluseks: 2006. aastal oli teeninduspiirkonnata koolide tulemus vähemalt 10 punkti teistest koolidest parem. Samuti on vähenenud rohkem kui kahe punkti võrra valla- ning väikelinnakoolide keskmine (2006. aasta keskmine 49,21). Teiste koolitüüpide keskmiste erinevus pole nii märgatav.

Võrdleme eksami üldtulemusi seotuna koolitüübiga (vt tabel 11).

Tabel 11

Kooli tüüp	**Vastajate arv**	**Min**	**Max**	**Ulatus**	**Keskmine**	**Standard-hälve**
Gümnaasium	5181	0	100	100	51,10	17,80
Kutseõppeasutus vm	332	0	91	91	21,20	16,20

Gümnaasiumilõpetajate keskmine tulemus ületab kutseõppeasutuse õpilaste teadmisi enam kui kahekordselt.

Tabel 12 annab ülevaate eksamitulemuste jagunemisest maakonniti.

Tabel 12

Haridusosakond	Vastajate arv	Min	Max	Ulatus	Keskmine	Mediaan	Standard-hälve
Harjumaa	2232	0	100	100	47,69	48	20,20
Hiiumaa	64	20	90	70	55,09	56	15,87
Ida-Virumaa	567	4	100	96	47,48	46	18.33
Jõgevamaa	139	8	89	81	47,12	47	15,70
Järvamaa	133	7	76	69	46,86	47	14,09
Läänemaa	144	16	97	81	51,53	52	15,40
Lääne-Virumaa	240	3	89	86	50,68	51	16,64
Põlvamaa	128	9	92	81	44,52	44	17,65
Pärnumaa	343	2	100	98	50,71	51	19,01
Raplamaa	116	0	77	77	43,74	47	18,78
Saaremaa	167	0	93	93	51,90	52	17,97
Tartumaa	697	0	100	100	56,65	58	18,99
Valgamaa	141	4	85	81	44,26	45	16,11
Viljandimaa	195	1	100	99	52,85	54	18,09
Võrumaa	172	4	86	82	43,91	44	14,72

Kõrge keskmine eksamitulemus on Tartu linna ja maakonna õpilastel, samuti ka Hiiu maakonna eksaminandidel. Keskmisest paremat tulemust näitasid Viljandi, Lääne, Lääne-Viru, Saare ja Pärnu maakondade õpilased.

Tabel 13 annab ülevaate eksamitulemuste jagunemisest eksaminandide soost lähtuvalt.

Tabel 13

Sugu	Vastajate arv	Min	Max	Ulatus	Keskmine	Standard-hälve
Naine	2681	0	100	100	50,92	17,52
Mees	2797	0	100	100	47,61	20,31

Tütarlaste teadmised on keskmiselt noormeeste omadest kolme punkti võrra suuremad. Sama tendents on olnud ka eelnevatel aastatel (2006. aastal oli vahe 1,37 punkti, 2005. aastal 4,5 punkti).

3.2. Tulemused osade ja variantide lõikes

Esitame eksamitulemused nüüd eksamiosade kaupa.

Tabel 14

Osa	Keskmine	Standardhälve
I osa	28,83	9,25
II osa	20,40	11,01

Tabelis 15 on esitatud tööde tulemused, sõltuvalt eksamitöö variandist.

Tabel 15

Variant	Keskmine	Standardhälve
I variant	48,94	18,98
II variant	49,59	19,10

Tabelis 16 on esitatud tööde tulemused, sõltuvalt kooli õppekeelest.

Tabel 16

Õppekeel	Keskmine	Mediaan	Standardhälve
Eesti	50,36	51,00	18,91
Vene	45,99	47,00	19,18
Muu	40,71	50,37	10,44

Eesti koolide õpilaste keskmine hindepunktide summa on viie punkti võrra suurem vene õppekeelega koolidest. Tõusnud on muukeelsete koolide keskmine eksamitulemus (2006. aastal oli keskmine 27,0 punkti).

Vaatame tulemusi ülesannete kaupa. Kõigepealt esimese osa ülesanded (vt tabel 17)

Tabel 17

	1. ül.	2. ül.	3. ül.	4. ül.	5. ül.	6. ül.
Keskmine tulemus	4,17	4,10	7,11	6,51	4,39	2,54
Standardhälve	1,11	1,47	2,67	3,32	2,15	2,25
Minimaalne tulemus	0	0	0	0	0	0
Maksimaalne tulemus	5	5	10	10	10	10

Tabelist on näha, et enim valmistasid raskusi 5. ja 6. ülesanne. Lihtsad olid 1., 2. ja 3. ülesanne.

Võrdleme II osa üksikuid ülesandeid.

Tabel 18

	7. ül.	8. ül.	9. ül.	10. ül.
Keskmine tulemus	10,99	4,02	4,53	6,61
Standardhälve	4,35	4,43	4,28	5,84
Minimaalne tulemus	0	0	0	0
Maksimaalne tulemus	15	15	20	20

Ülesanded 9. ja 10. on valikülesanded. Lahendamiseks eelistati neist ülekaalukalt 9. ülesannet (3167 korral).

Tabelis 19 on esitatud kohustuslike ülesannete korrelatsioon.

Tabel 19

	1. ül.	2. ül.	3. ül.	4. ül.	5. ül.	6. ül.	7. ül.	8. ül.	Tulemus
1. ül.	1	0,36	0,42	0,45	0,30	0,31	0,48	0,35	0,57
2. ül.	0,36	1	0,41	0,41	0,25	0,30	0,42	0,31	0,53
3. ül.	0,42	0,41	1	0,55	0,32	0,38	0,51	0,46	0,69
4. ül.	0,45	0,41	0,55	1	9,36	0,45	0,59	0,51	0,77
5. ül.	0,30	0,25	0,32	0,36	1	0,36	0,37	0,46	0,6
6. ül.	0,31	0,30	0,38	0,45	0,36	1	0,42	0,47	0,65
7. ül.	0,48	0,42	0,51	0,59	0,37	0,42	1	0,46	0,77
8. ül.	0,35	0,31	0,46	0,51	0,46	0,47	0,46	1	0,77
Tulemus	0,57	0,53	0,69	0,77	0,6	0,65	0,77	0,77	1

Eksamitöö esimese osa üksikülesannete analüüsist järeldub, et eksaminandid oskavad hästi lahendada tüüpülesandeid (algebraliste avaldiste lihtsustamine, funktsioonide uurimine, teavad klassikalist tõenäosust). Probleeme tekitavad tavatu sõnastusega ülesanded ning rakendusoskuse tasemega ülesanded (näiteks ülesanne 5 või ülesanne 6). Töö teise osa ülesannetes oli suurem rõhk rakendustasemega ülesannetel. Probleemsemateks osutusid ülesanne 8 ja valikülesanded 9. ja 10.

3.3. Enim esinenud eksimused ülesannete lõikes

Analüüsi koostamise käigus oli võimalus tutvuda eksamitööde valimiga (331 tööd), millest 1/3 esindas töid tulemusega 20-40 punkti, kolmandik oli keskmise punktisummaga tööd ja ülejäänud valim esindas töid tulemusega 90-100 punkti.
Kuna eksamivariandid teineteisest põhimõtteliselt ei erinenud, siis esinesid vastavate ülesannete lahendamisel samatüübilised vead. Et II variandi ülesanded on põhimõtteliselt samad, siis järgnevas esitatakse ülesande tutvustuseks I variandi vastav ülesanne ning tuuakse välja põhilised eksimused.

Ülesanne 1. *Antud on avaldis* $\dfrac{1+5x}{x^{-2}\cdot(25x^2-x^0)}$, *kus* $x \neq 0$ *ja* $x \neq \pm\dfrac{1}{5}$. *Lihtsustage see avaldis. Arvutage avaldise väärtus, kus* $x = 2^{\frac{2}{3}}$. *Vastus andke täpsusega* 10^{-2}.

Eksaminandide vead: astendamisel ei arvestata negatiivse astmega; lihtsustamisel ei peeta silmas tehete järjekorda; sulgude avamisel korrutatakse läbi ainult sulgavaldise esimene liige; taandatakse summast/vahest liikmeid; aste 0 annab vastuseks 0; eksitakse täpsuse määramisel; lubamatult palju arvutusvigasid.

Ülesanne 2. *Urnis on 10 kollast ja 6 rohelist kuuli. Leidke tõenäosus, et urnist juhuslikult võetud kuul on roheline; juhuslikult korraga võetud kaks kuuli on mõlemad rohelised.*

Eksaminandide vead: ei osata oma tulemust kriitiliselt hinnata (nt leitud tõenäosus on suurem kui 1); ülesande teises pooles ei arvestata kahe kuuli võtmisega.

Ülesanne 3. *Antud on funktsioon* $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 7$. *Leidke funktsiooni kahanemis-ja kasvamisvahemikud. Arvutage funktsiooni vähim väärtus lõigul* $[-2;4]$.

Eksaminandide vead: kasvamis- ja kahanemisvahemikke määratakse valesti; eksitakse ruutvõrrandi lahendamisel; vastuseks esitatakse ekstreemumkohad, ei kontrollita lõigu otspunkte; vead tuletise arvutamisel; ei leita funktsiooni väärtust.

Ülesanne 4. *Antud on funktsioon* $y = 2\sin x$ *lõigul* $[0;2\pi]$. *Leidke funktsiooni nullkohad ja muutumispiirkond. Joonestage funktsiooni graafik. Kasutades saadud graafikut, leidke funktsiooni positiivsus- ja negatiivsuspiirkond; argumendi x väärtused, mille korral* $y < -1$.

Eksaminandide vead: ei osata leida trigonomeetriliste funktsioonide nullkohti ega määramispiirkonda; vaadeldakse väärtusi väljaspool lõiku; joonestatakse siinusfunktsiooni graafik; kordajat 2 kasutatakse argumendi kordajana; muutumispiirkonna asemel esitatakse määramispiirkond; muutumispiirkonda proovitakse esitada kasvamis-, kahanemispiirkonna kaudu, ent sobivat vastest neist kahest piirkonnast ei osata leida; esitatakse üks argumendi *x* väärtus.

Ülesanne 5. *Tiik on täisnurkse trapetsi kujuline. Trapetsi alusteks olevate kallaste pikkused on a ja b* ($a > b$) *ning nendega ristuva kalda pikkus on c. Trapetsi diagonaalide lõikepunktis paikneb purskkaev. Leidke purskkaevu kaugus tiigi kaldast pikkusega a. Arvutage see kaugus, kui* $a = 60$ *m,* $b = 40$ *m ja* $c = 30$ *m.*

Eksaminandide vead: diagonaal loetakse nurgapoolitajaks; ülesannet lihtsustatakse; kauguseks esitatakse pool küljest *c*; ülesanne lahendatakse ainult konkreetsete külgede korral.

Ülesanne 6. *Külmas toas, kus temperatuur oli 0 °C, lülitati sisse radiaator ning toa temperatuur hakkas tõusma. Esimese tunniga tõusis temperatuur 5 kraadini. Alates teisest tunnist oli iga tunni ja sellele vahetult eelneva tunni jooksul toimunud temperatuurimuutuste jagatis java suurus q. Kolmanda tunni lõpuks oli toas 10 kraadi sooja. Arvutage konstant q. Kui soojaks läheb see tuba tundide arvu tõkestamatul kasvamisel?*

Eksaminandide vead: Ei tuntud ära geomeetrilist jada, ülesannet lahendati aritmeetilise jada abil; lahendatakse temperatuuride jadana; tulemust ei hinnata kriitiliselt (nt tuba läheb lõpmatult soojaks); geomeetrilise jada summa leidmisel ei kasutata piirprotsessi.

Ülesanne 7. *Võrdhaarse trapetsi ABCD alused on paralleelsed y-teljega ja x-telg on trapetsi sümmeetriateljeks. Antud on tipp A(1,5; -5,5) ning vector AD=(3,2; 2,4). Tehke joonis. Leidke trapetsi pindala; trapetsi alusnurk; selle sirge võrrand, millel paikneb haar AD; haarade pikenduste lõikepunkt.*

Eksaminandide vead: ei saada aru mõistetest 'paralleelne' ja 'sümmeetriatelg'; loetakse andmeid valesti (lahendatakse kolmemõõtmelises ruumis); eksitakse punkti D leidmisel; trapetsi pindala vigane (kesklõigu asemel kasutatakse poolt aluste korrutisest); ei osata leida sirge võrrandit; vajalikke andmeid loetakse jooniselt ligikaudu; võrdhaarse trapetsi asemel joonestatakse täisnurkne trapets; haarade pikenduste lõikepunkti koordinaadid leiti jooniselt, selle asemel, et lahendada võrrandisüsteemi.

Ülesanne 8. *On antud joon* $y = x\ln x + 2x$. *Leidke sellel joonel punkt* $P(x; y)$, *mille koordinaatide summa on vähim. Leidke arv a, mille korral sirge* $y = ax - 2$ *on antud joone puutujaks. Arvutage vastava puutepunkti koordinaadid.*

Eksaminandide vead: ei osatud leida funktsiooni *f(x,y)=x+y;* tuletis võeti antud funktsioonist *y*; lubamatud eksimused tuletise arvutamisel (korrutise tuletis!); puutujas oleva kordaja *a* määramisel kasutatakse ülesande esimeses osas leitud summa tuletist.

Ülesanne 9. *Kuupfunktsiooni* $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ *kohta on teada, et tema graafiku puutujate seas on ainult üks selline puutuja, mille tõus on 4, ja selle puutepunkti abstsiss on* $x = -\frac{1}{3}$. *Veel on teada, et sellel kuupfunktsioonil on ekstreemum kohal* $x = -1$. *Määrake kordajad a, b ja c.*

Eksaminandide eksimused: moodustatakse võrrandisüsteem, kus on kolm tundmatut, ent 2 võrrandit; arvutusvead.

Ülesanne 10. *Koonuse põhjal on neli ühesuurust kera, millest igaüks puutub ülejäänud keradest kahte. Nendel keradel asetseb viies niisama suur kera. Iga kera puutub koonuse külgpinda. Leidke kaugus viienda kera kõige kõrgemast punktist koonuse põhjani ja koonuse telglõike tipunurga suurus, kui kerade raadius on r.*

Eksaminandide eksimused: aetakse segi mõisted ‘prisma’ ja ‘püramiid’; alumise kihi kerad puutuvad kolme kera; kauguse leidmisel ei liideta juurde *2r*; tipunurga leidmisel kasutatakse valet trigonomeetrilist funktsiooni.

3.4. Hinnang õpilaste loogiliste järelduste tegemise, funktsionaalse lugemisoskuse, võrdlemis- ja seostamisoskuse kohta

Tutvutud eksamitööde valimi ja keskmise eksamitulemuse põhjal saab väita, et eksaminandide matemaatikaalased teadmised on keskmisel tasemel. Eksami sooritajad eksivad arvutamisel, neile valmistab raskust algebraliste avaldiste teisendamine. Raskusi valmistab rakenduslike ülesannete ja tavapärasest erineva sõnastusega ülesannete lahendamine. Ülesannete lahenduste vormistus on puudulik (eksaminandid kommenteerivad liigselt oma lahendusi). Aasta-aastalt nõrgeneb eksaminandi funktsionaalne lugemisoskus.

4. JÄRELDUSED

1. Matemaatika 2007. aasta riigieksamitöö vastas riiklikule õppekavale, kontrollides ainealaste pädevuste olemasolu. Ülesanded vastasid kontrollitavatele õpitulemustele. Eksamitöö esimene osa kontrollis kõikide, välja arvatud trigonomeetria ja stereomeetria, kursuste omandatust. Teises osas olid välja jäetud tõenäosusteooria ja statistika kursus.
2. Naissoost õpilaste tulemused on keskmiselt kõrgemad meessoost õpilaste omadest. Selline erinevus neidude ja noormeeste teadmiste vahel on esinenud igal eksamiaastal.
3. Teeninduspiirkonnata koolide õpilaste keskmine tulemus on kõrgem teiste koolide keskmisest tulemusest.
4. Eksaminandide matemaatikaalased teadmised on keskmisel tasemel. Probleeme on tavapärasest erinevate ülesannete lahendamisel. Matemaatika riigieksamil valitakse rohkem ja lahendatakse paremini ülesandeid, millel on väljakujunenud lahendusalgoritm.
5. Kevadise riigieksami tulemuste põhjal võib öelda, et valdav enamus gümnaasiumi lõpetajatest saavutab gümnaasiumi lõpuks matemaatika riiklikus õppekavas ette nähtud taseme.

5. ETTEPANEKUD

Õpetajatele:
1. Pöörata suuremat tähelepanu õpilaste arvutusoskuse parandamisele, lasta õpilastel kriitiliselt hinnata saadud tulemusi.
2. Lahendada rohkem mittestandardseid ülesandeid, sealhulgas rakenduslikke ülesandeid.

Eksamitöö koostajatele:
1. Enne eksamiülesannete lõplikku valikut teha eksperthinnang töö mahukuse ja jõukohasuse hindamiseks tavakoolide gümnaasiumi matemaatikaõpetajate seas; testida 1.-6. kursuse kohta käivaid ülesandeid tavakoolide 10. ja 11. klassides.
2. Valikülesannete koostamisel lähtuda eeldusest, et mõlemad valikülesanded peavad olema rakendusoskuse taseme kontrollimiseks, ent sama raskusastmega.
3. Eksamijuhendis selgitada oodatavat eksamitulemust kitsa ja laia matemaatikakursuse läbinule.

Matemaatika põhikooli lõpueksami analüüs 2007

Koostaja Andres Talts
Toimetaja Marin Vinkel

1. Matemaatika lõpueksami eesmärgid ja üldnõuded eksamitööle

Matemaatika lõpueksami eesmärgid:

1) hinnata riikliku õppekavaga määratletud põhikooli matemaatika õppe-eesmärkide ning õpitulemuste saavutatust;
2) suunata eksamitöö sisu ja vormi kaudu matemaatika õppekorraldust;
3) ühtlustada eksamitööde hindamiseks antud soovitustega hindamise aluseid matemaatikas, et tagada õpitulemuste võimalikult objektiivne hindamine;
4) anda koolidele võimalus hinnata oma õpilaste õpitulemuste taset üleriigilises ulatuses.

Üldnõuded eksamitööle on fikseeritud haridusministri 23.01.2002. a määrusega nr. 18 „Õpitulemuste välishindamise põhimõtted, riigieksamitööde, põhikooli lõpueksamitööde ja üleriigiliste tasemetööde koostamise, hindamise ja tulemuste analüüsi alused".

Lõpueksamiga kontrollitakse riiklikus õppekavas põhikooli lõpetamiseks nõutava õppeainepädevuse (põhiteadmised ja -oskused) omandatust: suutlikkust nõutavaid teadmisi reprodutseerida, uues olukorras rakendada, seostada teistes õppeainetes õpituga.

Põhikooli lõpueksamitöö (edaspidi *lõpueksamitöö*) koostamisel lähtutakse riikliku õppekava eesmärkidest ja ainekavas määratud III kooliastme nõutavatest õpitulemustest.

Lõpueksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid õppeaine põhivaldkondade ja/või osaoskuste kohta.

Põhikooli matemaatika lõpueksamitöö koostamisel lähtutakse Vabariigi Valitsuse 25.01.2002. a määrusest nr 56 (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (edaspidi *RÕK*)). Põhikooli lõpuks taotletavad matemaatikaalased õppeainepädevused on fikseeritud matemaatika ainekavas.

Põhikooli matemaatikaõpetusega taotletakse:

1) õpib ümbritseva maailma esemeid ja nähtusi struktureerima (järjestama, võrdlema, rühmitama, loendama, mõõtma jne);
2) õpib arvutama peast, kirjalikult ja taskuarvutil;
3) omandab esmase ruumikujutluse;
4) õpib tundma põhilisi tasandilisi ja ruumilisi kujundeid ning oskab rakendada õpitut praktikas;
5) õpib üldistama ja loogiliselt arutlema;
6) õpib reaalsuse situatsioone matemaatiliselt kirjeldama, analüüsima, lahendama ning tulemusi interpreteerima.

Põhikooli lõpetaja teab ja tunneb:

1) ratsionaalarve;
2) võrranditega tehtavaid teisendusi; lineaar-, ruut- ja murdvõrrandeid ning ruutvõrrandi lahendivalemeid ja lahendite omadusi;

3) lineaarvõrratust ja lineaarvõrratuse lubatavaid teisendusi;
4) negatiivse astendajaga astme mõistet;
5) arvutamise abivalemeid;
6) lihtsamaid funktsionaalseid seoseid (lineaarne, võrdeline, pöördvõrdeline ja ruutsõltuvus) ja nende graafikuid;
7) statistiliste andmete esitusviise ja arvkarakteristikute arvutamise eeskirju;
8) sündmuse tõenäosuse mõistet;
9) ainekavakohaseid tasandilisi ja ruumilisi kujundeid, nendevahelisi seoseid ja omadusi;
10) pindala (ruumala) arvutamise eeskirju;
11) loogilise arutelu olemust ja loogilise arutelu esmaseid meetodeid;
12) matemaatika keelt ja selle kasutamist.

Põhikooli lõpetaja oskab:

1) arvutada ratsionaalarvudega peast, kirjalikult ja taskuarvutil;
2) teisendada lihtsamaid ratsionaalavaldisi;
3) lahendada ja ülesande andmete järgi koostada lineaar- ja ruutvõrrandeid, lihtsamaid murdvõrrandeid ja kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme;
4) lahendada ühe tundmatuga lineaarvõrratusi;
5) joonestada ainekavaga määratud funktsioonide graafikuid ning lugeda graafikult funktsiooni omadusi;
6) korrastada ja töödelda lihtsamaid statistilisi andmeid ning tõlgendada arvutatud karakteristikuid;
7) leida lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosust;
8) lahendada täisnurkseid kolmnurki;
9) arvutada ainekavaga määratud tasandiliste kujundite ümbermõõtu ja pindala ning ruumiliste kehade pindala ja ruumala;
10) defineerida ja liigitada ainekavaga määratud mõisteid.

2. Matemaatika 2007. a lõpueksami põhiandmed

2.1. Eksamitöö ülesehitus ja hindamine

Eksamiülesanded olid jaotatud kahte ossa. Esimeses osas tuli kõigil õpilastel lahendada neli kohustuslikku ülesannet, mille edukas lahendamine tagas rahuldava hinde. Iga kohustusliku ülesande õige lahendus andis seitse (7) punkti.

Teises osas oli neli valikülesannet, millest õpilane valis lahendamiseks kaks. Mõlemad valikülesanded andsid kaheksa (8) punkti ja ülejäänud kaks mõlemad 11 punkti.

Kokku oli eksamil vaja lahendada kuus (6) ülesannet (neli kohustuslikku ja kaks valikülesannet). Maksimaalselt võis õpilane saada 50 punkti. Kuue ülesande lahendamiseks oli aega 180 minutit. Eksamitöö oli koostatud kahes samaväärses variandis.

Töid kontrollis ja hindas kooli eksamikomisjon. Iga õigesti ja nõuetekohaste selgitustega lahendatud ülesanne andis teatava arvu punkte. Õpilaste poolt kogutud punktid teisendati viiepallihindeks vastavalt järgmisele skaalale: 90%-100% hinne ”5”, 70%-89% hinne ”4”, 45%-69% hinne ”3”, 20% -44% hinne ”2” ja 0%-19% hinne ”1”.

Vastavalt sellele skaalale hinnati töid järgmiselt: 45-50 punkti, hinne “5“, 35-44 punkti, hinne “4“, 23-34 punkti, hinne “3“, 10-22 punkti, hinne “2“ ja 0-9 punkti, hinne “1“.

Eksamitöid hinnati täispunktides. Kui mingi tegevuse eest oli lubatud üle ühe punkti, siis pidi punktid jaotama kooli eksamikomisjon. Kooli saadetud hindamisjuhendis rõhutati: kui arvutuses on tehtud viga, kuid selle tulemusega arvutatakse edasi õigesti, siis vähendatakse punkte ainult tehtud vea arvel. Kui õpilane kasutab antud soovitustes mittekajastuvaid lahendusvõtteid, siis võib ta õige vastuse ja ammendavate selgituste korral saada maksimaalse arvu punkte. Jooniste ülekandmine lahenduslehele ei ole nõutav. Kalkulaatori kasutamine arvutusvahendina on lubatud.

Haridusministri 2004. a 19. mai määruse nr 30 järgi võis

1) „Põhikooli- ja gümnaasiumiseaduse“ § 15 lg-s 1 nimetatud klassi ja § 21 lg 41 p-des 1 ja 2 nimetatud klasside õpilaste ning õpilaste, kellele rakendatakse koduõpet või parandusõpet, lõpueksamitöid lähtudes õpiraskuse spetsiifikast lubatud vastava aine lõpueksami hindamiskomisjoni põhjendatud otsusel hinnata hindega „3“ alates 35% punktide arvust;
2) vastava aine lõpueksami hindamiskomisjoni põhjendatud otsusel hinnata hindega „3“ alates 35% punktide arvust nende üksikute õpilaste lõpueksamitöid, kes õpivad tavaklassis, kuid nõustamiskomisjoni otsusega või hariduslikust erivajadusest lähtuvalt võiksid õppida „Põhikooli- ja gümnaasiumiseaduse“ §21 lg 41 p-des 1 ja 2 nimetatud eriklassides. Vastav otsus ja põhjendused tuli kirjutada lõpueksami protokolli.

2.2. Ainekavaga ettenähtud teemade sisalduvus eksamiülesannetes

Põhikooli õppesisu võib jaotada järgmisteks teemadeks lähtudes sellest, mida taotletakse põhikooli matemaatikaõpetusega (4 esimest eesmärki), mida teab, mida tunneb ja mida oskab põhikooli lõpetaja.

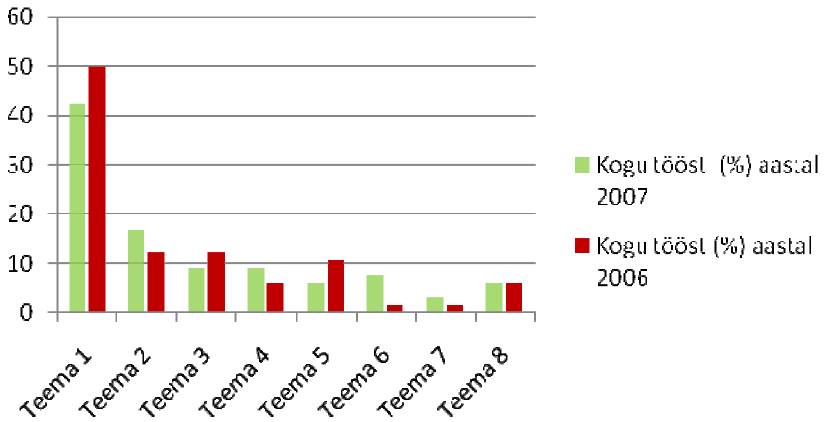
1) Arvutamine. Tehted ratsionaalarvudega, astendamine täisarvulise astendajaga, ligikaudsed arvud, arvu standardkuju. Ülesanded protsentidele, statistilise kogumi arvkarakteristikud, sündmuse tõenäosuse arvutamine lihtsamatel juhtumitel.
2) Arvutamise abivalemid. Tehted täis- ja murdavaldistega. Täis- ja murdavaldiste väärtuste arvutamine muutujate antud väärtuste korral.
3) Lineaar-, ruut- ja murdvõrrandid. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteemid. Võrrandite rakendamine tekstülesannete lahendamisel. Ühe tundmatuga lineaarvõrratus.
4) Võrdeline- ja pöördvõrdeline sõltuvus, lineaarfunktsioon ja ruutfunktsioon ning vastavate funktsioonide graafikud ja omadused.
5) Hulknurgad ja nendega seotud mõisted, ümbermõõt ja pindala. Hulknurkade sarnasus ja sellega seotud teoreemid
6) Kolmnurk. Täisnurkne kolmnurk ja sellega seotud teoreemid. Trigonomeetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Trigonomeetria põhiseosed.
7) Ringjoon ja korrapärane hulknurk, nende ümbermõõt ja pindala ning nendega seotud teoreemid.
8) Ruumilised kujundid: püstprisma, püramiid, silinder, koonus, kera. Nende kujundite pindalad ja ruumalad.

Vaatleme teemade sisalduvust eksami ülesannetes, võttes aluseks hindamisjuhendiga ettenähtud punktide jaotust.

	Teema 1	Teema 2	Teema 3	Teema 4	Teema5	Teema 6	Teema 7	Teema 8
Ül 1	2	5						
Ül 2	7							
Ül 3	2		5					
Ül 4	3	1			3			
Ül 5	3					4	1	
Ül 6	2	5	1					
Ül 7	4			6		1		
Ül 8	5				1		1	4
Kokku:	28	11	6	6	4	5	2	4
Kogu tööst (%) aastal 2007	42,42	16,67	9,09	9,09	6,06	7,58	3,03	6,06
Kogu tööst (%) aastal 2006	50	12,12	12,12	6,06	10,61	1,52	1,52	6,06

Tabel 1. Hindepunktide jaotus teemade lõikes

Tabeli 1 põhjal on näha, et eksamitöö katab kõik ainekavaga määratud teemad. Enim punkte oli võimalik saada esimese teema alateemade tundmise eest.



Joonis 1. Teemaade osakaalu võrdlus 2006 ja 2007.

Kui võrrelda teemade osa eelmise (2006. a) eksamitööga, on vähenenud teemade 1 ja 5 osakaal, selle arvel on aga oluliselt kasvanud teemade 2 ja 6 osakaal.

2.3. Ainekavaga määratud õpitulemuste arvestamine eksamitöö koostamisel

Selleks tuleb iseloomustada iga eksami ülesannet teadmise, arusaamise ja rakendusoskuse tasandist lähtudes.

Teadmine (äratundmistasand) – õpilane teab õpitud mõisteid ja nende omadusi, seoseid, eeskirju, algoritme.

Arusaamine (reprodutseerimistasand) – õpilane oskab teadmisi rakendada lihtsate harjutusülesannete (rutiinsete ülesannete) lahendamisel.

Rakendamine (rakendustasand) – õpilane saab probleemist aru, oskab ülesande tekstis esitatud infot tõlgendada, oskab oma teadmisi kasutada uues olukorras (mitterutiinsete ülesannete lahendamisel), oskab valida lahendusstrateegiat, erinevaid lahendusideid, oskab oma lahenduskäiku põhjendada.

Vastavate hinnangute andmise põhjendamine, mida võib lugeda küllaltki subjektiivseks, on ära toodud ülesannete kaupa. Seega jaotame iga ülesande hindepunktid vastavalt sellele, kuivõrd hindamisjuhendist selgub, millisele aine omandamise tasandile need punktid vastavad.

	Teadmine	**Arusaamine**	**Rakendamine**
Ül. 1	3	4	
Ül. 2	3	3	1
Ül. 3	1	2	4
Ül. 4	2	2	3
Ül. 5	1	2	5
Ül. 6	1	2	5
Ül. 7	3	5	3
Ül. 8	1	2	8
Kokku:	15	22	29
Vaadeldavate hindepunktide suhtarvud (%)	22,7	33,3	43,9

Tabel 2. Hindepunktide jaotus õpieesmärkidele

Ülesanne 1. Õpilane peab teadma tehteid üks- ja hulkliikmetega, aga ka tehteid astmete ja harilike murdudega ning oskama rakendada neid tüüpülesande lahendamisel.

Ülesanne 2. Õpilane peab tundma protsendi mõistet ning oskama seda rakendada tüüpülesande lahendamisel. Oskama selgitada lahendust.

Ülesanne 3. Õpilane peab teadma positiivse arvu mõistet. Oskama lahendada ruutvõrrandit tüüpülesande lahendamisel. Probleemist arusaamine, ruutvõrrandi koostamine, selgitused ja kontrolli ning vastuse andmine kuulub rakendustasandile.

Ülesanne 4. Õpilane teab ristküliku ja ruudu mõistet ja nende pindalade arvutamise eeskirja ja oskab seda kasutada rutiinsel arvutamisel. Oskab teisendada ühikuid. Teab osa ja osamäära mõistet ja oskab seda rakendada. Rakenduslikule tasandile kuulub aga oskus probleemist aru saada, selgitada lahenduskäiku ning formuleerida vastus.

Ülesanne 5. Õpilane teab ümardamise mõistet ja oskab seda rakendada (arusaamine). Teab kolmnurga liike ja oskab põhjendada (rakendustasand). Tegemist on mitterutiinse ülesandega, mille võib liigitada rakendustasandile.

Ülesanne 6. Tegemist on tüüpülesandega, mille viivad rakendustasandile hulk lisategevusi jõudmaks tüüpvõrrandini. Sisult tüüpülesanne murdvõrrandi lahendamisele. Peab oskama tegurdada, murde laiendada ja sarnaseid liikmeid koondada. Teadma murru 0-ga võrdumise tunnust. Oskama lahendada ruutvõrrandit (rutiinne tegevus) ja kõrvaldada võõrlahendit ning teha kontrolli.

Ülesanne 7. Sisult tüüpiline ülesanne, kuid esitatud vastupidiselt tavakohasele. Teadma peab mõisteid ruutfunktsiooni nullkoht, parabooli telg, parabooli haripunkt, graafikute lõikepunktid, sirge ja parabool. Arusaamise tasandile tuleb asetada nullkohtade leidmine, punktide märkimine joonisele, haripunkti leidmise märkimine joonisele, sirge joonestamine ja lõikepunktide leidmine. Rakendustasandile saab asetada leitud andmete põhjal parabooli joonestamise, nõutud kolmnurga leidmise ja pindala arvutamise.

Ülesanne 8. Peab teadma kujundi ruumala ja pinnalaotuse mõistet. Arusaamise tasandile kuulub oskus ümardada ja ühikuid teisendada. Kõik muu on mitterutiinne töö ja kuulub rakendustasandile.

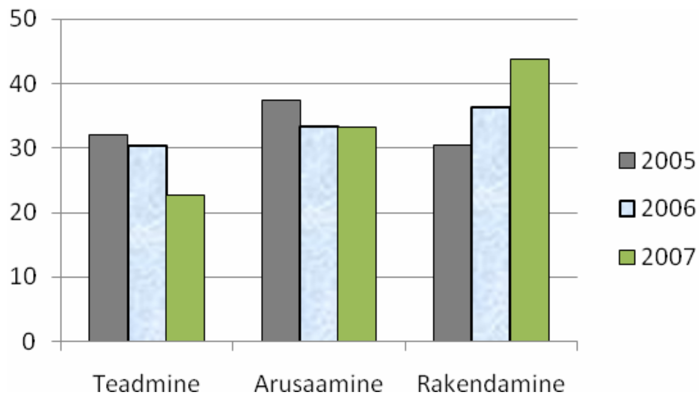
Eelnevast selgub, et lõpueksami koostamisel on jälgitud nõuet, et eksamiülesannetest 20% on äratundmistasandil, 30% reprodutseerimistasandil ja 50% rakendustasandil. Seega kontrollis eksam kõiki õppekavaga ettenähtut.

Võrdleme tulemust ka eelneva kahe aasta eksamitööga

	Teadmine	**Arusaamine**	**Rakendamine**
2005[1]	32,1	37,5	30,4
2006[2]	30,3	33,3	36,4
2007	22,7	33,3	43,9

Tabel 3. Õpitulemuste võrdlus 2005, 2006, 2007

[1] Matemaatika põhikooli lõpueksami analüüs 2005, www.ekk.edu.ee/statistika/analyys/12_MatemaatikaP.pdf
[2] Matemaatika põhikooli lõpueksami analüüs 2006, www.ekk.edu.ee/statistika/tasemetqqd/2006Matemaatika_analuus.pdf



Joonis 2. Õpieesmärkide võrdlus aastatel 2005, 2006, 2007

Nii tabel kui ka seda iseloomustav joonis näitavad aasta aastalt seda, et üha enam soovitakse lõpueksamitööga kontrollida rakenduslikul tasandil õpitut ja samas väheneb teadmise tasandil omandatu kontroll. Seega soovitakse saavutada eksamitööle esitatud nõudeid.

3. Põhikooli matemaatika lõpueksamieksami üldstatistika, järeldused ja ettepanekud

3.1. Üldstatistika

Eksamiaine nimetus	**Matemaatika**
Valimi suurus	2088
Võimalik (max) punktide arv	50
Maksimaalne tulemus	50
Minimaalne tulemus	0
Keskmine tulemus	30,99
Keskmise % maksimaalsest tulemusest	61,97
Mediaan	32
Standardhälve	12,10
Mood (punkte)	23
Keskmine hinne	3,56

Tabel 4. Üldstatistika 2007

Toome võrdluseks ka eelneva kahe aasta eksami üldstatistika

Eksamiaine nimetus	**Matemaatika**		
Aasta	**2005**	**2006**	**2007**
Valimi suurus	1710	1735	2088
Maksimaalne tulemus	40	50	50
Minimaalne tulemus	0	0	0
Keskmine tulemus	26,41	31,69	30,99
Standardhälve	9,44	11,75	12,10
Keskmine hinne	3,46	3,42	3,56
Keskmise % maksimumist	66,00	63,38	61,97

Tabel 5. Kolme aasta, 2005, 2006 ja 2007, üldstatistika

Võrreldes eelneva kahe aastaga on valimi maht kasvanud vastavalt 22,1% ja 20,7% võrra. Samas on keskmine hinne võrreldes eelnevate aastatega tõusnud, keskmise tulemuse protsent maksimumiga võrreldes aga langenud. Sama võib öelda ka standardhälbe kohta, mis näitab, et valimis olevad väärtused on rohkem hajuvad, sest vahemik, kuhu satuvad üle poolte väärtustest, on laiem.

3.2. Üldstatistika sõltuvalt kooli tüübist, õppekeelest, soost ja eksami variandist

	N	keskm	min	mediaan	max	st. hälve
gümnaasium	1237	31.68	0	33	50	12,13
kutseõppeasutus	4	41.25	35	40	50	6,75
põhikool	783	30.40	0	31	50	12,13
õhtukool	64	24.19	2	26	45	8,20
Kokku	2088	30.99	0	32	50	12,10

Tabel 6. Üldstatistika sõltuvalt kooli tüübist

Sõltuvalt kooli tüübist ei erine oluliselt gümnaasiumi ja põhikooli tulemused. Küll on märgatav erinevus osa õhtukooli õpilaste soorituses, sest erinevus keskmisest on väga suur. Kutseõppeasutuse õpilaste arv on valimis aga minimaalne (0,19%) ning nende tulemus ei määra üldist sooritust, kuigi on meeldiv näha selle oluliselt kõrgemat tulemust võrreldes keskmisega.

	N	keskm	min	mediaan	max	st. hälve
eesti	1684	31.13	0	33	50	12,44
vene	404	30.39	0	29	50	10,55
Kokku	2088	30.99	0	32	50	12,10

Tabel 7. Üldstatistika õppekeele järgi

Õppekeele järgi ei ole keskmise väärtuse erinevus märkimisväärne. Eesti õppekeelega õpilastel on mediaan nelja punkti võrra suurem, aga see on seletatav valimite suure erinevusega.

	N	keskm	min	mediaan	max	st. hälve
M	1041	29.62	0	30	50	12,03
N	1047	32.34	0	35	50	12,10
Kokku	2088	30.99	0	32	50	12,10

Tabel 8. Üldstatistika soo järgi

Valimid on võrdse suurusega ja tüdrukute sooritus on selgelt parem, sest keskmine tulemus ligikaudu 2,72 punkti ja mediaan, statistilise rea keskmine väärtus, koguni viis punkti kõrgem.

	N	keskm	min	mediaan	max	st. hälve
A	1076	30.37	0	31	50	12,12
B	1012	31.64	0	33	50	12,04
Kokku	2088	30.99	0	32	50	12,1

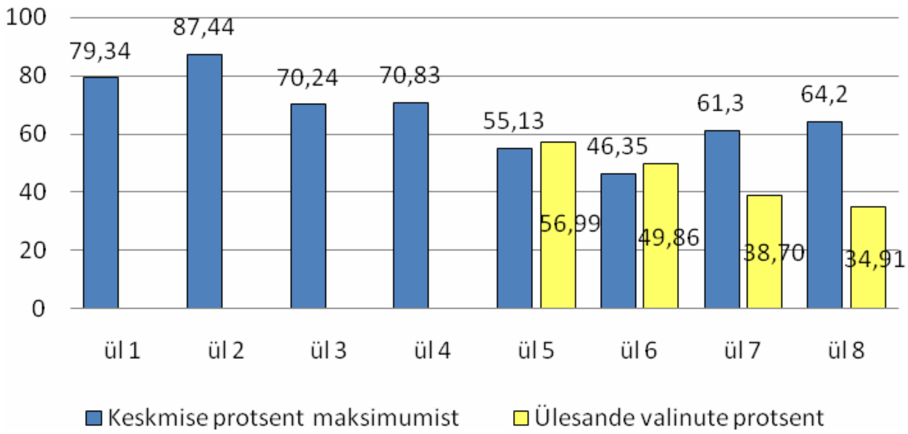
Tabel 9. Üldstatistika lõpueksamitöö variandi järgi

Valimid on suhteliselt võrdsed ja soorituse keskmised on variantidel küllaltki erinevad: ligikaudu 1,5 punkti ja mediaan kaks punkti. Erinevuse põhjuseks võib olla valimite erinevus (64).

3.3. Lõpueksami statistika ülesannete lõikes

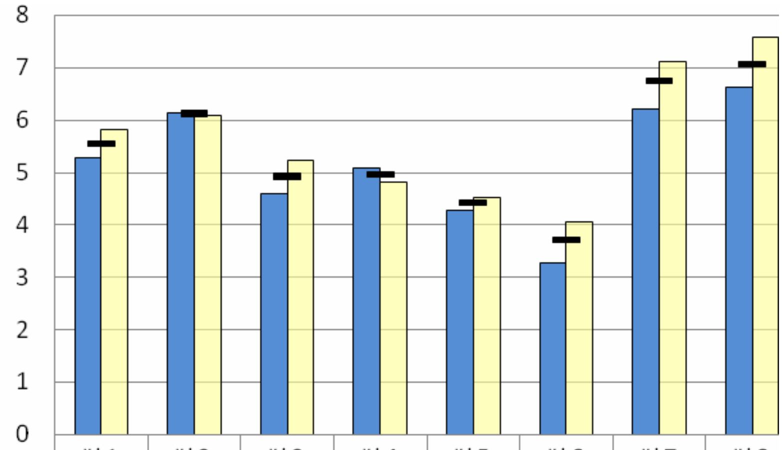
	ül 1	**ül 2**	**ül 3**	**ül 4**	**ül 5**	**ül 6**	**ül 7**	**ül 8**
Miinimum	0	0	0	0	0	0	0	0
Keskmine	5,55	6,12	4,92	4,96	4,41	3,71	6,74	7,06
Keskmise protsent maksimumist	79,34	87,44	70,24	70,83	55,13	46,35	61,3	64,2
Maksimum	7	7	7	7	8	8	11	11
Standardhälve	2,02	1,83	2,51	2,55	2,58	2,97	3,71	3,17
Ülesannet ei lahendanud	1	2	6	9	898	1047	1280	1359
Tegemata protsent	0,05	0,10	0,29	0,43	43.01	50.14	61.30	65.09
Variant A	5,52	6,08	4,92	4,80	4,30	3,59	6,62	7,03
Variant B	5,59	6,18	4,93	5,16	4,42	3,68	6,87	7,09
Poisid	5,28	6,15	4,6	5,09	4,29	3,27	6,22	6,62
Tüdrukud	5,82	6,09	5,23	4,83	4,53	4,07	7,12	7,58
Eesti	5,5	6,12	4,8	4,9	4,41	3,58	6,72	7,17
Vene	5,79	6,13	5,4	5,19	4,39	4,31	6,85	6,27
Ülesande valinute protsent					56,99	49,86	38,70	34,91

Tabel 10. Statistika ülesannete lõikes, variantide, soo ja keele järgi



Joonis 3. Keskmise protsent maksimumist ja valinute protsent

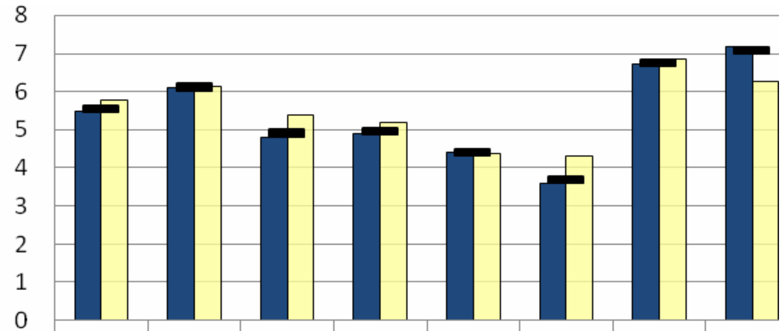
Kohustuslikest ülesannetest on kõige paremini sooritatud teine ülesanne ning nõrgemini kolmas ja neljas ülesanne. Valikülesannete sooritusest on näha, et paremini on sooritatud ülesanded seitse ja kaheksa. Võib järeldada oskuslikku valikut, sest valiku mõlema ülesande kasuks tegi kolmandik lahendajatest. Samas on väga nõrgalt lahendatud kuues valikülesanne, mida valisid ligi pooled lahendajad ja keskmise protsent maksimumist on alla 50%.



	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7	ül 8
Poisid	5,28	6,15	4,6	5,09	4,29	3,27	6,22	6,62
Tüdrukud	5,82	6,09	5,23	4,83	4,53	4,07	7,12	7,58
Keskmine	5,55	6,12	4,92	4,96	4,41	3,71	6,74	7,06

Joonis 4. Ülesannete statistika soo järgi

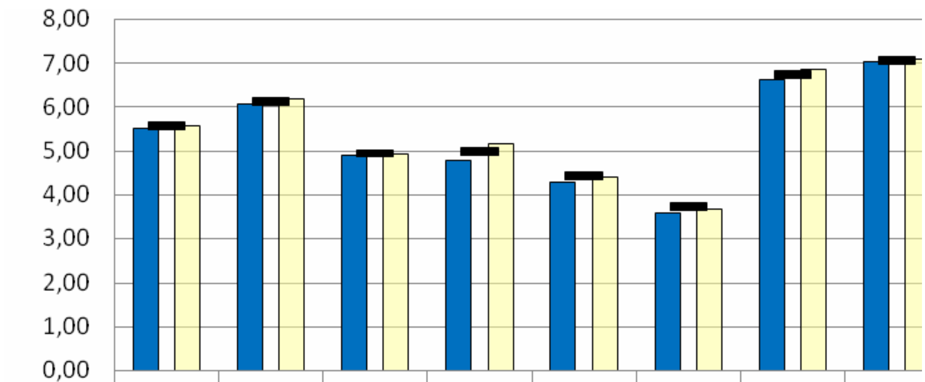
Tüdrukute sooritus on kõikide ülesannete puhul, v.a teine ja neljas ülesanne, kõrgem eksami keskmisest ja poiste sooritusest. Eriti suur on vahe valikülesannete 6, 7 ja 8 korral, vastavalt 0,8, 0,9 ja 0,96 hindepunkti. Poiste tulemused ületavad töö keskmist vaid teise ja neljanda ülesande korral.



	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7	ül 8
Eesti	5,5	6,12	4,8	4,9	4,41	3,58	6,72	7,17
Vene	5,79	6,13	5,4	5,19	4,39	4,31	6,85	6,27
Keskmine	5,55	6,12	4,92	4,96	4,41	3,71	6,74	7,06

Joonis 5. Ülesannete statistika keele järgi

Vene koolide õpilaste sooritused on paremad eesti koolide õpilaste sooritustest kõigis ülesannetes, v.a valikülesanded 5 ja 8, ja on kõrgemad või lähedased keskmisele sooritusele. Eesti koolide õpilased on sooritanud tunduvalt paremini kaheksandat valikülesannet ja seda 0,9 hindepunkti võrra. Eesti koolide keskmised on enamuses lähedased keskmisele hindepunktile, v.a kuues ülesanne.

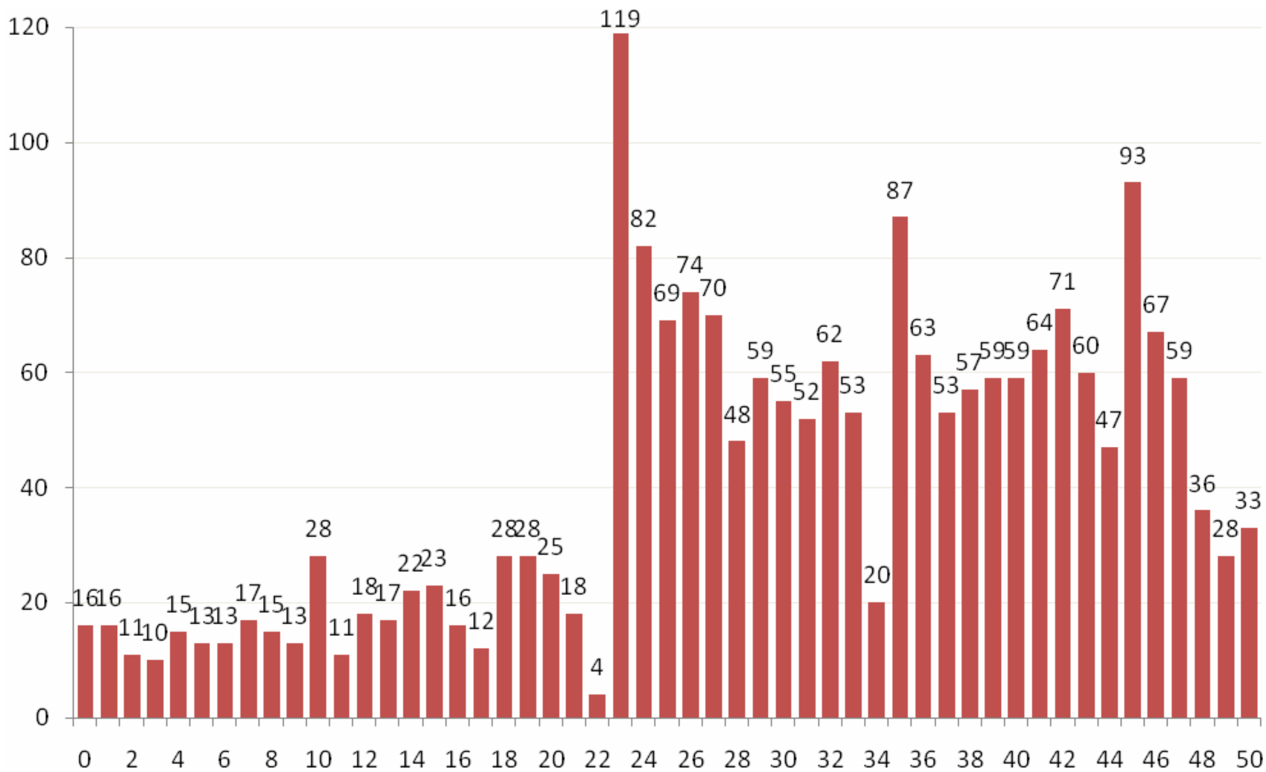


	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7	ül 8
A	5,52	6,08	4,92	4,80	4,30	3,59	6,62	7,03
B	5,59	6,18	4,93	5,16	4,42	3,68	6,86	7,09
Keskmine	5,56	6,13	4,93	4,98	4,41	3,71	6,74	7,06

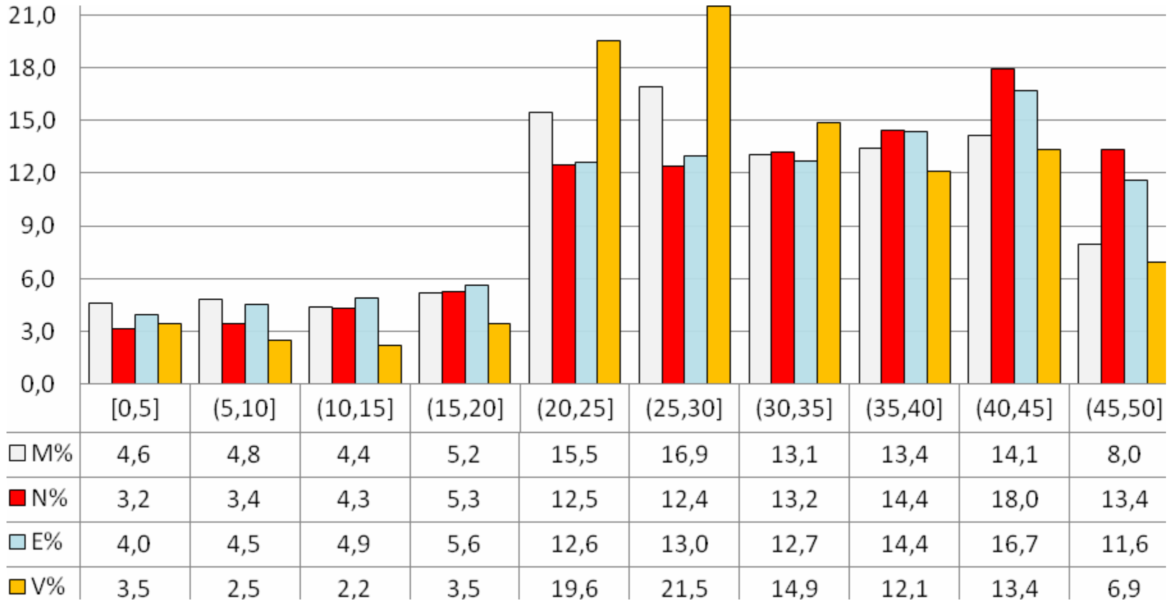
Joonis 6. Ülesannete statistika variantide järgi

Võrreldes sooritust variantide kaupa, on näha, et mõlema variandi korral on sooritused suhteliselt võrdsed, kui kõikide ülesannete korral on variandi B ülesannete keskmine kõrgem variandi A ülesannete keskmisest. Samas on alust tõdeda, et variantide raskusastme võib lugeda võrdseks.

3.4. Lõpueksami statistika edukuse ja kvaliteedi suhtes



Joonis 7. Hindepunktide jaotus



Joonis 8. Hindepunktide protsentuaalne jaotus soo ja keele järgi

Valimisse kuulunud tööde põhjal on võimalik öelda, et enamus tööd olid hinnatud 23 punktiga või rohkem. Suurem hüpe on 23, 35 ja 45 punkti juures, sest see on hinde alumine vahemik, vastavalt „3”, „4” ja „5”. Mõnede tööde osas on vaieldav, kas on 21, 22 või ikkagi 23 punkti, aga arvan, et kooli komisjoni otsus on olnud „objektiivne”.

Võrreldes poistele ja tüdrukutele antud hindepunkte on näha (joonis 8), et poiste töid on rohkem vahemikes 0-15 ja 20-30 punkti, ülejäänud vahemikes on tüdrukute osakaal suurem. Eriti on vahe märgatav vahemikus 45-50 punkti.

Võrreldes jaotust õppekeele järgi peab tõdema, et vahemikus 0-20 punkti on „ülekaalus” eesti õppekeelega koolide õpilased. Punktivahemikus 20-35 on selgelt märgatav vene õppekeelega koolide õpilaste parem sooritus. Vahemikus 35-50 punkti on aga töid protsentuaalselt rohkem eesti õppekeelega koolides.

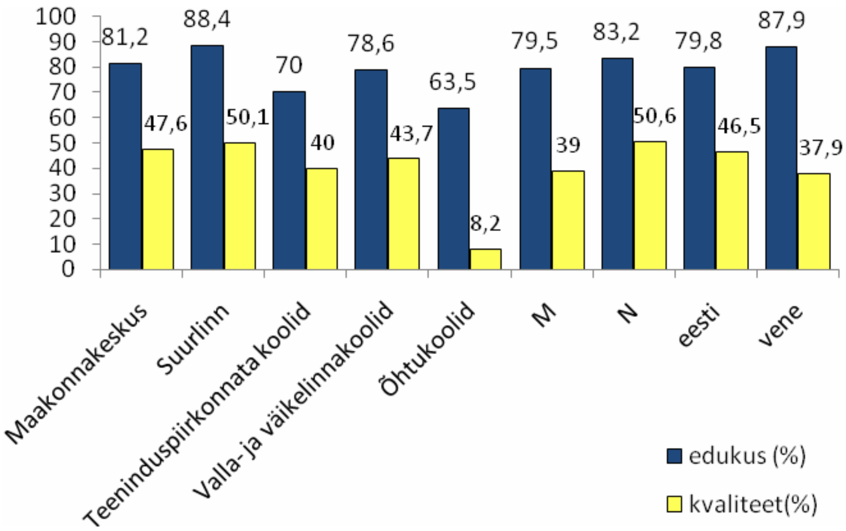
Aastahinne / Eksamihinne	A1	A2	A3	A4	A5
E1	4	52	58	1	0
E2	2	37	159	9	0
E3	0	22	509	152	6
E4	0	0	134	333	97
E5	0	0	5	97	185
Tulemus sama või parem %	100	65,5	74,9	72,6	64,2

Tabel 11. Eksamihinde ja aastahinde võrdlus

Eksamisooritus ja aastahinde võrdlus näitab, et õpilased, kellel oli aastahinne „2” või „5” sooritasid eksami 35% nõrgemalt kui vastav aastahinne. Aastahindega „3” või „4” hinnatud õpilastest umbes veerand said eksamil halvema tulemuse.

	N	edukus	kvaliteet	edukus (%)	kvaliteet(%)
Maakonnakeskus	313	254	149	81,2	47,6
Suurlinn	649	574	325	88,4	50,1
Teeninduspiirkonnata koolid	10	7	4	70	40
Valla- ja väikelinnakoolid	1031	810	451	78,6	43,7
Õhtukoolid	85	54	7	63,5	8,2
Kokku	2088	1699	936	81,4	44,8
Kokku 2006	1735			84,4	46,2
M	1041	828	406	79,5	39
N	1047	871	530	83,2	50,6
eesti	1684	1344	783	79,8	46,5
vene	404	355	153	87,9	37,9

Tabel 12. Edukus ja kvaliteet

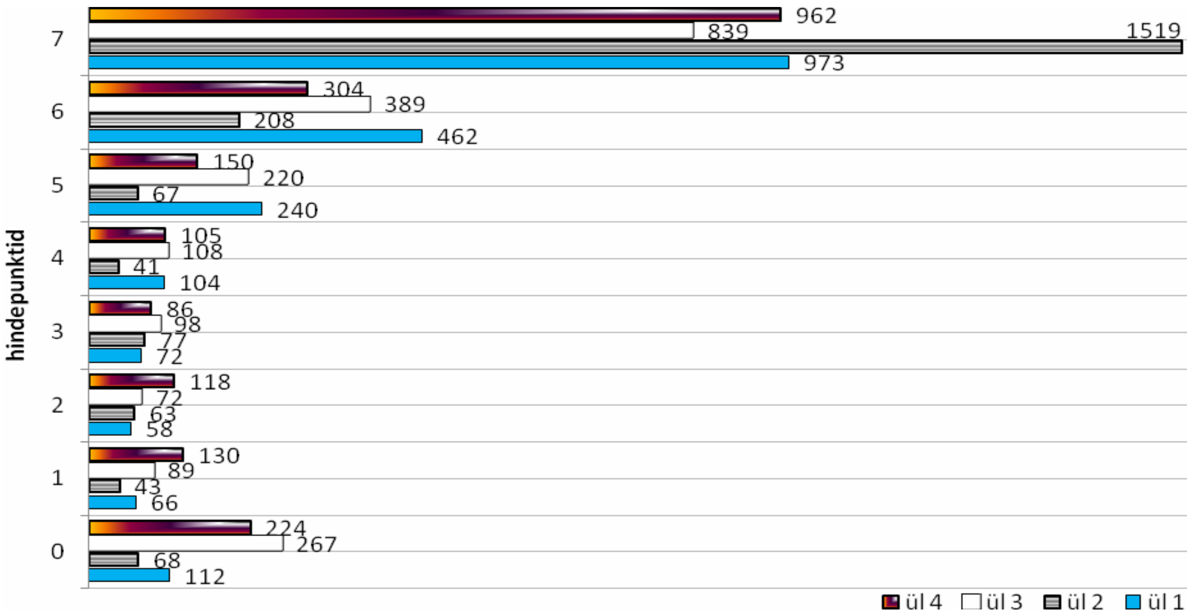


Joonis 9. Edukus ja kvaliteet

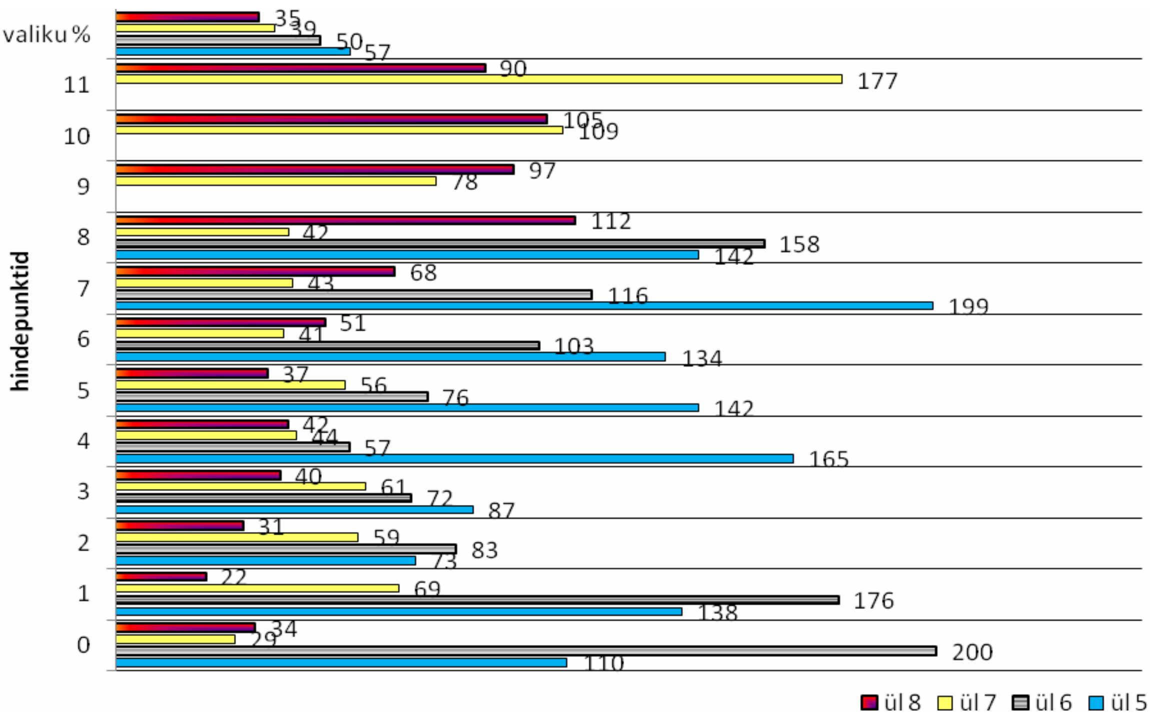
Eksamitöö soorituse tulemuslikkus on 81,4%, mis on madalam 2006. a võrreldes. Parem tulemuslikkus on suurlinna koolides, 88,4%. Samas õhtukoolide õpilased sooritasid eksami vaid 63,5%-liselt. Tüdrukud sooritasid eksami paremini, sest nendest vaid16,8 % ei saanud vähemalt „rahuldavat" hinnet, poiste puhul on vastav protsent 21,5. Võrreldes tulemuslikkust keele järgi on vene õppekeelega koolide õpilaste sooritus parem koguni 8,1% võrra.

Eksamitöö soorituse kvaliteet on 44,8%, mis on madalam võrreldes 2006. a. Samas rohkem kui pooled suurlinna koolide õpilased sooritasid eksami hindele „4" või „5" ja maakonnakeskuste koolide õpilastest 47,3%. Tüdrukutest 50,6% sooritas eksami hindele „4" või „5", poistest aga vaid 39% valimisse sattunud koolide õpilastest. Eesti õppekeelega koolide õpilaste töö kvaliteet ületab vene õppekeelega koolide vastavat tulemust 8,6% võrra.

4. Eksamiülesannete analüüs, ettepanekud eksamitöö koostamiseks, enim esinenud vead ülesannete lõikes



Joonis 10. Hindepunktide jaotus kohustuslike ülesannete kaupa vastavalt õpilaste arvule



Joonis 11. Hindepunktide jaotus valikülesannete kaupa vastavalt õpilaste arvule. Ülesande valinute protsent

4.1. Ülesanne 1 (7p)

Lihtsusta avaldis ja arvuta seejärel kirjalikult selle täpne väärtus, kui

A: $a = 0{,}5$ ja $b = -\frac{2}{3}$ $\quad (4a - 3b)^2 - 3b(3b - 7a)$;

B: $m = \frac{2}{3}$ ja $n = -0{,}5$ $\quad (3m - 4n)^2 - 3m(3m - 7n)$;

Õpilane pidi teadma ning oskama rakendada kaksliikme vahe ruudu valemit, üksliikme korrutamist hulkliikmega. Seejuures tuli tähele panna ja toimida õigesti olukorras, kus miinusmärk on sulu ees. Samuti pidi eksaminand tundma sarnaste liikmete mõistet, et koondada õigesti. Kirjaliku arvutamise juures oli vaja teada ja osata negatiivse arvu ruutu tõstmist, erimärgiliste murdude korrutamist, tehteid harilike murdudega.

Hindamisjuhendis antud punktijaotus on kooskõlas ülesandes esinevate sooritussammudega. Antud ülesande keskmine tulemus oli 5,55 punkti, maksimumile (7p) sooritas 973 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 112 õpilast ja üks õpilane jättis antud ülesande lahendamata.

4.1.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Ei teata algebra valemit $(a-b)^2 - a^2 - 2ab + b^2$, selle asemel kasutatakse $(a-b)^2 = a^2 - ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - (a+b) + b^2$.
- Lihtsustatud avaldist vaadeldakse võrrandina ja lahendatakse näiteks: $-16n^2 + 21mn = 0, kus\ nähakse\ võrrandit\ ax^2 + bx = 0$ $ja\ võetakse\ a = -16, b = 21$.
- Sageli kirjutatakse n asemel m või vastupidi.
- Sulgude avamisel jäetakse arvestamata miinusmärgi mõju.
- $\frac{2}{3} = 0{,}6\ või\ \frac{2}{3} = 0{,}7$
- Arvutamisel unustatakse negatiivse arvu eest ära miinusmärk.
- Kahe negatiivse arvu korrutis osutub sageli ikka negatiivseks arvuks.
- Negatiivse arvu ruut on negatiivne arv.
- Hariliku murru ruutu tõstmisel korrutatakse lugejat ja nimetajat 2-ga.
- Korrutamisvead: $3 \cdot 7 = 24\ või\ 3 \cdot 7 = 27$

Viimased seitse enimesinenud viga on seotud sellega, et kirjaliku arvutamise asemel on kasutatud sellist taskuarvutit, millel ei ole hariliku murru sisestamise võimalust. Samuti ei tunne õpilased oma taskuarvutit ja ei oska teha tehteid positiivsete ega negatiivsete arvudega, rääkimata astendamisest. Tundub, et on kadunud elementaarne peastarvutamise oskus, pimesi usaldatakse taskuarvutit.

4.1.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Ülesande valik eksamiülesandena on õige, sest sisaldas kõike põhilist algebra kohta, mis on ainekavaga määratud. Soovitan analoogilist ülesannet ka 2008. aasta lõpueksamil. Soovitan vältida tähti *m* ja *n* ning *u* ja *v*.

4.2. Ülesanne 2 (7p)

A: Taluniku 20 ha suurusest põllumaast on 55% kartuli all, 5 ha odra ja ülejäänud maa rukki all. Arvuta, mitu 1) hektarit maast on kartuli all; 2) protsenti maast on odra all;
3) hektarit maast on rukki all; 4) protsenti maast on rukki all.

B: Perenaine kulutas kaubamajas 250 krooni. Sellest 74% kulus toidukaupadele, 50 krooni lasteraamatule ja ülejäänud summa maksti pastapliiatsi eest. Arvuta, mitu
1) krooni maksid toidukaubad; 2) protsenti rahast kulus lasteraamatule;
3) krooni maksis pastapliiats; 4) protsenti rahast kulus pastapliiatsile.

Õpilane pidi teadma ja oskama rakendada protsendi mõistet ja sellega seotud tüüpülesandeid: osa leidmine tervikust kui osamäär on väljendatud protsentides; osamäära leidmine väljendatuna protsentides terviku ja osa suuruse järgi.

Antud ülesanne osutus ka kõige paremini lahendatuks. Valimisse kuulunud 2088 õpilase töödes oli sellele ülesandele antud 1519 korral maksimumpunktid. Ülesande keskmine punktisumma, 6,17 punkti, on kõrgeim kohustuslike ülesannete keskmisest. Hindamisjuhend kajastab täpselt iga alaülesande töömahtu ja ka seda, et tuleb osata selgitada oma lahendust.

4.2.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Lahendus on kirja pandud ilma ühegi selgituseta. Lihtsalt arvutuste rida ning puudub ka vastus.
- $\frac{20\ \text{ha}\cdot 55\%}{100} = 11\ \text{ha}$ või $\frac{5\ ha}{20\ ha}\cdot 100 = 25\%$, st tehted nimega ja nimeta arvudega.
- Mitu % kulus pastapliiatsile? $15 \cdot 0{,}25 = 3{,}75\%$ või $100\% - 74\% = 26\%$, st õpilane ei saanud üldse aru ülesande püstitusest.
- Paljudes töödes oli jäetud lahendamata 2. ja 4. alaülesanne.
- 250 = 100%, siit 1% = 2,5 – võrdused, mis ilmselt ei kehti (vormistus).

Hindepunkte kaotasid õpilased: vale vormistuse eest, st ei osanud oma mõttekäiku õigesti kirja panna; vastus jäeti esile toomata või ülesande lõppu kirjutamata; ülesandes ei olnud mingeid selgitusi.

4.2.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Ülesanne on väga sobilik eksamitöö kohustusliku ülesandena. Ülesande laiendamiseks võiks koostada sellise situatsiooni, kus igas alaülesandes küsitakse erinevat tüüpi protsentülesannet, näiteks protsentuaalset muutumist jne.

4.3. Ülesanne 3 (7p)

A: Leia võrrandi abil kaks positiivset arvu, millest üks on teisest 7 võrra suurem ja mille korrutis
on 494.
B: Leia võrrandi abil kaks positiivset arvu, millest üks on teisest 9 võrra väiksem ja mille korrutis
on 532.

Õpilane pidi teadma: positiivse arvu mõistet; mis tegevusele vastavad võrra suurem ja võrra väiksem; korrutise mõistet. Oskama rakendada eespool toodud mõisteid võrrandi koostamisel. Õpilane pidi oskama: avada sulgusid; lahendada ruutvõrrandit; eristada lahendite hulgast võõrlahendit; teostada kontrolli teksti järgi; anda vastus vastavalt esitatud küsimusele. Ülesande võis lahendada ka kahte muutujat kasutades, sel juhul tekib kahe muutujaga ruutvõrrandisüsteem.

Antud ülesande keskmine tulemus oli 4,93 punkti, mis on kohustuslikest ülesannetest madalaim tulemus. Seda peegeldab ka maksimaalse punktide arvu saanud õpilaste hulk ning ülesande eest 0 punkti saanute arv, mis on vastavalt väikseim ja suurim tulemus kohustuslike ülesannete seas.
Hindamisjuhend vastab täielikult töömahule.

4.3.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Võrrandi koostamisel saadi $x \cdot x + 7 = 494$.
- Ruutvõrrandi lahendamisel ei teatud lahendivalemit.
- Jäeti märkimata võõrlahend.
- Vastuseks anti ka negatiivne arv.
- Vastuses anti ka kaks kümnendmurdu, mille korrutis ei vastanud tingimustele.
- Vastus anti kujul $\begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$ või $x = \cdots \quad y = \cdots$.
- Kontroll sooritati koostatud võrrandis ega kontrollitud teksti järgi või jäeti üldse kontroll tegemata.
- Lahenduseks kirjutati lihtsalt kaks arvu, mis saadi ilma võrrandit koostamata proovimise teel.

Enamus punkte kaotati kontrolli tegemata jätmise või mittesisulise kontrolli tegemise eest. Samas õpilased ei taha kirjutada ühtegi selgitust võrrandi koostamisele: on lihtsalt võrrand, aga puudub selgitus kas või sellele, mis on muutuja. Vastuse kirjutamisel ei mõeldud küsimusele, mida esitati.

4.3.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Arvan, et ülesanne on sobilik kohustuslikuks eksamiülesandeks, sest tegemist on tüüpülesandega ruutvõrrandi koostamisele. Lisandub oskus eristada võõrlahendit ja teha sisuline kontroll ning anda täpne vastus esitatud küsimusele. Ülesande tekstis oleks võinud olla täpsustus, et otsitav arv on positiivne täisarv.

4.4. Ülesanne 4 (7p)

A: Vannitoa ristkülikukujuline põrand mõõtmetega 3,3 m ja 2,7 m on täielikult kaetud ruudukujuliste plaatidega, mille külje pikkus on 15 cm. Arvuta, mitu
1) plaati on põrandale pandud, kui plaatidele vahesid ei ole jäetud;
2) plaati osteti, kui põrandale pandud plaatide arv moodustas $\frac{9}{10}$ ostetud plaatide arvust.
B: Vannitoa ristkülikukujuline sein pikkusega 3,6 m ja kõrgusega 2,4 m on täielikult kaetud ristkülikukujuliste plaatidega, mille mõõtmed on 20 cm ja 30 cm. Arvuta, mitu
1) plaati on seinale pandud, kui plaatidele vahesid ei ole jäetud;
2) plaati osteti, kui seinale pandud plaatide arv moodustas $\frac{9}{10}$ ostetud plaatide arvust.

Ülesande lahendamiseks pidi õpilane teadma geomeetrilisi kujundeid *ruut* ja *ristkülik*, oskama arvutada nende pindalasid ning teisendada ühikuid. Teise alaülesande lahendamiseks pidi õpilane oskama leida tervikut, kui osa ja osamäära suurus on antud. Oluline selle ülesande juures oli oskus selgitada ja anda vastus esitatud küsimusele.

Selle ülesande keskmine on 4,98 punkti, samas on küllaltki suur erinevus variantide A ja B vahel: 0,36 punkti variandi B kasuks. Tingitud on see sellest, et variandis A oli vaja tunda kaht kujundit, aga variandis B vaid üht. Maksimaalse tulemuse saavutas 962 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 224 õpilast.

Hindamisjuhendiga antud punktijaotus vastab igati ülesande töömahule ja hindab õiglaselt teadmisi ja oskusi.

4.4.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

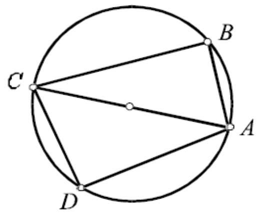
- Väga palju on ühikute teisendamise vigu: $600\ cm^2 = 0{,}6m^2$; $12\ m^2 : 15\ cm = 1200cm$.
- Ristküliku pindala arvutatakse sageli valemiga: $S = a^2; S = \frac{ab}{2}; S = a + b;\ S = 2(a + b)$; segamini on pindala ja ümbermõõdu mõiste.
- Ruudu pindalaks on ruudu külje pikkus või ümbermõõt.
- Plaatide arvu leidmisel jagatakse seina pindala plaadi serva pikkusega.
- Sageli ostetud plaatide arv osutus väiksemaks seina pandud plaatide arvust, sest ei osatud leida tervikut osa ja osamäära järgi.
- Vastuse kirjutamisel antakse vastuseks, et plaate osteti vähem, kui seina pandi.

Õpilased kaotasid punkte eespool toodud juhtudel. Rohkem kui valemi mitteteadmine, peaks murelikuks tegema see, et vastuseks kirjutatakse ostetud plaatide arv, mis on väiksem, kui seina pandud plaatide arv. Muretsema peaks ka selle pärast, et ei tehta vahet pindalal ja ümbermõõdul ning kasutatakse esimesena meenuvat valemit.

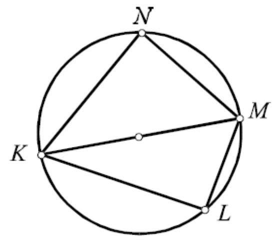
4.4.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Ülesanne on sobiv eksamitöösse, aga mõlema variandi puhul peaksid olema ühesugused kujundid: ühel sein *ruut* ja plaat *ristkülik* ja teises variandis vastupidi.

4.5. Ülesanne 5 (8p)



A: Ringi sisse on joonestatud nelinurk *ABCD*, mille diagonaal *AC* läbib ringi keskpunkti, *CD* = 9 cm, *AD* = 12 cm, *BC* = 14 cm, vt joonis.
1) Otsusta ja põhjenda, mis liiki kolmnurgad *ABC* ja *ACD* on.
2) Arvuta nelinurga *ABCD* külje *AB* ligikaudne pikkus ümardatult sajandikeni.
3) Arvuta nelinurga *ABCD* ligikaudne pindala ümardatult kümnendikeni.



B: Ringi sisse on joonestatud nelinurk *KLMN*, mille diagonaal *KM* läbib ringi keskpunkti, *KN* = 8 cm, *MN* = 6 cm, *KL* = 9 cm, vt joonis.
1) Otsusta ja põhjenda, mis liiki kolmnurgad *MNK* ja *LMK* on.
2) Arvuta nelinurga *KLMN* külje *LM* ligikaudne pikkus ümardatult sajandikeni.
3) Arvuta nelinurga *KLMN* ligikaudne pindala ümardatult kümnendikeni.

Ülesande esimese alapunkti lahendamiseks oli vaja teada Thalese teoreemi. Teise alaülesande lahenduseks oli vaja teada ja rakendada Pythagorase teoreemi ning anda vastus etteantud täpsusega. Kolmanda alaülesande lahendamiseks pidi teadma, et täisnurkse kolmnurga pindala on kaatetite poolkorrutis ja nelinurk koosneb kahest kolmnurgast.

Ülesande keskmiseks punktisummaks oli 4,41 punkti ning ülesanne oli kahest kaheksapunktisest ülesandest paremini lahendatud 0,7 punkti võrra. Ülesannet valis lahendamiseks 57% eksami sooritajatest, mis on suurim valik. Valinud õpilastest said 0 punkti 110 õpilast ja 8 punkti 142 õpilast.

Hindamisjuhend toetab ülesande lahendusskeemi.

4.5.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Otsus, et kolmnurgad on täisnurksed, tehti, aga seda ei osatud selgitada.
- Täisnurkse kolmnurga selgitusteks oli enamasti: üks nurk on 90º; peaaegu 90º; nelinurk on ristkülik; sest kolmnurgal on hüpotenuus ja kaatet; ringi sees olevad kolmnurgad on alati täisnurksed.
- Rakendati valesti Pythagorase teoreemi kaateti arvutamiseks.
- Ümardamisel ei tehtud vahet sajandikel, kümnendikel ja ühelistel või jäeti ümardamata.
- Nelinurka vaadeldi kui ristkülikut või trapetsit.
- Pindala arvutati sageli valemiga: S = abcd; S = a + b + c + d; $S = \frac{a+b}{2}h$; $S = \frac{p}{2}$.

Need kirjeldatud vead ongi hindepunktide kaotamise põhjuseks. Eriti selgitus, et kolmnurgad on täisnurksed. Seda näitab ka 7p saajate suur arv (199), kui maksimum oli 8p. Oskamatust selgitada saab põhjendada vaid liiga vähese teoreemide tõestamise ja rakendamisega õpetajate poolt. Vastavatest teemadest minnakse üle, võttes teoreemide sisu vaid teadmiseks. Õpilased ei tunne selles valdkonnas seoseid teooria ja praktika vahel.

4.5.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Ülesanne on sobiv valikülesandeks.

4.6. Ülesanne 6 (8p)

A: Lahenda võrrand ja kontrolli selle lahendeid kirjalikult: $\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}$

B: Lahenda võrrand ja kontrolli selle lahendeid kirjalikult: $\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{4}{x^2-4}=\frac{1}{x-2}$

Ülesande lahendamine nõudis teadmisi murdvõrrandi lahendamisest: murru nulliga võrdumise tingimus. Lisaks sellele oskust tegurdada hulkliiget, kasutades ruutude vahe valemist, oskust leida ühine nimetaja, laiendada murrud ja koondada sarnased liikmed, aga ka lahendada ruutvõrrandit ja elimineerida võõrlahend.

Ülesande valis lahendamiseks 50% valimisse sattunud eksaminandidest. Valikülesannetest lahendati seda ülesannet kõige halvemini, keskmine tulemus 3,71 punkti maksimaalsest 8 punktist. Koguni 200 lahendajat said ülesande eest 0 punkti. Maksimaalsed 8 punkti said 158 õpilast.

Hindamisjuhend ei toetanud täielikult lahenduskäiku, sarnaste liikmete koondamise eest oli märgitud 2 punkti ja samas otseselt murdvõrrandi lahendamisvõtte rakendamise eest vaid 1 punkt ja seegi oli mõeldud lahendamisel saadud ruutvõrrandi lahendamise eest. Oleks võinud olla vastupidi. Samas oli väga oluline teadmine, millal murd võrdub nulliga.

4.6.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Võrrandis on üks võrdusmärk.
- Murru kaotamisel ei kasutata nimetaja nulliga mittevõrdumise tingimust.
- Kaksliikme ruut kirjutatakse lahti valemi abil ja loetakse see üheks teguriks.
- Palju on eksimusi murdude laiendamisel ja sarnaste liikmete koondamisel.
- Enamikes vaadeldud töödes puudub murru nulliga võrdumise tingimus.
- Ei elimineerita võõrlahendit ja antakse ka see vastuseks.
- Kontrollitakse algvõrrandit.
- Kontrolli ei tehta eraldi võrrandi vasakus ja paremas pooles.
- Kontrolli puhul $\frac{6}{0}=0$.

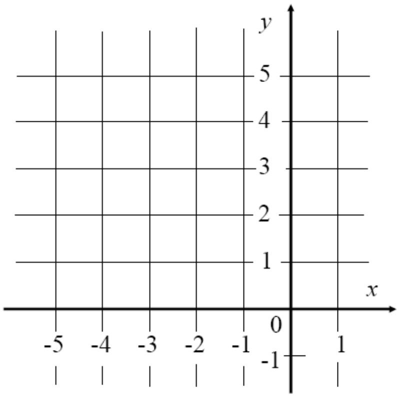
Vaadeldud töödest jääb mulje, et murdvõrrandi lahendamise põhimõtet ei tunta ning sageli antakse lahendiks ka see arv, mille korral murru nimetaja osutub nulliks. Oli palju selliseid töid, kus just seetõttu kaotati 1 punkt. Koguni 165 töös oli saadud pooled punktid, nendes töödes oli eksitud tegurdamise või/ja laiendamisega. Ei tehtud kontrolli või tehti seda valesti – põhimõtteliselt ei osata ülesannet lahendada, kuid hindamisjuhendiga antud punktijaotuse põhjal oli võimalik koguda täpselt pooled punktid. Seega oli hindamisjuhend väga õpilasesõbralik.

4.6.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Kuigi ülesande sooritus ei olnud hea, võib ikkagi öelda, et ülesanne oli sobilik valikülesandeks ning 8 punkti on õiglane. Mõlemad kaheksa punkti ülesanded olid töömahult võrdsed ja samas hõlmavad eri ainevaldkondi.

4.7. Ülesanne 7 (11p)

A: On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 - 4x$.



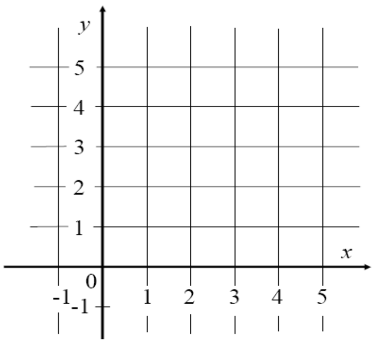
1) Joonesta alljärgneva kava kohaselt joonisel antud teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:

a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;
b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;
c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid, märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.

2) Joonesta funktsiooni $y = -2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.

3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x-telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.

B: On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 + 4x$.



1) Joonesta alljärgneva kava kohaselt joonisel antud teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:

a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;
b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;
c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid, märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.

2) Joonesta funktsiooni $y = 2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.

3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x-telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.

Ülesande lahendamiseks oli vaja teada mõisteid: parabool, nullkohad, haripunkt, parabooli (sümmeetria)telg, sirge, graafikute lõikepunktid. Osata neid arvutada või leida jooniselt ja joonistada nende abil funktsioonide graafikud.

Ülesande valis 39% eksaminandidest, kelle keskmine tulemus oli 6,74 punkti, mis on 61,3% maksimaalsest punktide arvust, neist sooritas ülesande maksimumpunktidele 177, s.o rohkem kui viiendik valinuist ja kokku 9, 10 või 11 punkti said ligikaudu 50% selle valiku teinud õpilastest, samas 0 punkti sai 29 õpilast, s.o vähem kui 4% valinuist. Seega õpilased, kes valisid selle ülesande, oskasid seda teemat rakendada, sest ülesanne oli vastupidine traditsioonilisele selle teema ülesandele.

Hindamisjuhend järgis ülesande töömahtu ja oli õiglane.

4.7.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Ei järgitud ülesande teksti, vaid alustati graafiku joonestamist tabeli abil ning alapunktides nõutu loeti seejärel jooniselt.
- Eeskiri korrutati läbi -1-ga ja nii tekitati ruutfunktsioon $y = x^2 - 4x$ *või* $y = x^2 + 4x$.
- Nullkohtade leidmisel lahendati mittetäielikku ruutvõrrandit valesti, kasutati lahendivalemit ja lisaks eksiti selle kasutamisel**.**
- Haripunkti ei arvutata, vaid loetakse jooniselt.
- Töökäsk palub tähistada haripunkt ja märkida see joonisele, esimene pool sellest puudub.
- Parabooli telje mõistet ei tunta ja paljudel joonistel telg puudub ning sellele pole vihjet ka töös.
- Kuigi ruutliikme kordaja on negatiivne, avaneb ikkagi parabool üles, ei kontrollita oma tööd.
- Joonis tehakse oma teljestikus, sest ei mahu etteantud kohale. Jällegi põhjuseks see, et ei suudeta jälgida ülesannet ning mõelda: kui on eraldatud selline ala, siis peab graafik sinna ka mahtuma.
- Funktsioon y = 2x on võrdeline seos ja peab läbima punkti (0;0), seda ei arvestata.
- Sirge joonestamiseks leitakse paljudes töödes punkte rohkem kui kaks (suurim punktide arv 10).
- Ei osatud määrata nõutud kolmnurka.
- Kolmnurga pindala arvutamisel kasutati sageli valemit S = ab.
- Pindala ühikuks oli sageli cm^2, sest andmed mõõdeti jooniselt.

4.7.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

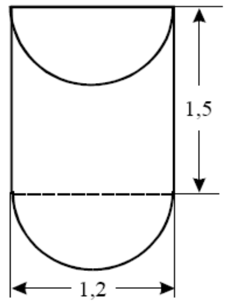
Ülesanne, mis annab 11 punkti ja on valikülesanne, peabki sisaldama mõisteid, mida ei kasutata igas tunnis, samas on õpilasi, kes neid teavad. Meeldis ülesande mittetraditsionaalne püstitus, mis lasi õpilasel tegutseda ise, mitte kätteõpitud skeemi kohaselt.

Kolmas alapunkt peaks olema selgemalt sõnastatud: viiruta kolmnurk, mis jääb parabooli telje, x-telje ja sirge y = 2x vahele ning arvuta seejärel kolmnurga pindala.

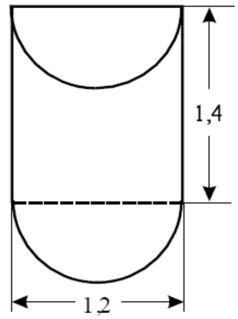
Ülesanne sobib igati valikülesandeks.

4.8. Ülesanne 8 (11p)

A: Joonisel on kujutatud poolsilindrikujuline pealt lahtine veemahuti, mille mõõtmed on antud meetrites.
1) Arvuta mahuti ruumala kuupmeetrites, ümardades vastuse sajandikeni. Mitu liitrit see on?
2) Mitu ämbritäit vett on mahutis, kui mahuti on täidetud 90% ulatuses ja ämber mahutab 9 liitrit?
3) Arvuta ja otsusta, kas 1,5 kilogrammist värvist piisab mahuti välispinna värvimiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 250 g värvi.



B: Joonisel on kujutatud poolsilindrikujuline pealt lahtine veemahuti, mille mõõtmed on antud meetrites.
1) Arvuta mahuti ruumala kuupmeetrites, ümardades vastuse sajandikeni. Mitu liitrit see on?
2) Mitu ämbritäit vett on mahutis, kui mahuti on täidetud 80% ulatuses ja ämber mahutab 8 liitrit?
3) Arvuta ja otsusta, kas 1 kilogrammist värvist piisab mahuti välispinna värvimiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 250 g värvi.



Ülesande lahendamiseks oli vaja teada mõistet *silinder* ja *poolsilinder*. Viimane ei ole otseselt mõiste, mis oleks ainekavaga määratud, kuid valikülesande puhul on oluline oskus keha ette kujutada, kui joonis on ette antud. Oli vaja leida keha ruumala ning pindala, viimase jaoks oli oluline keha pinnalaotuse tundmine. Ülesande lahendamiseks oli vaja osata teisendada ühikuid, leida osa tervikust osamäära protsendi järgi ning osata hinnata arvutuste põhjal vajalikku värvikogust (piisab või mitte).

Ülesande keskmine saavutatud punktisumma oli 7,09 punkti maksimaalsest 11 punktist, mis on 64,5% maksimumist. Maksimaalse tulemuse sai 90 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 34 õpilast, mis on umbes 4% ülesande valinuist. Õpilastest 40% saavutas tulemuse 9-11 punkti, mis on küllaltki hea näitaja, kuigi nõrgem kui ülesande 7 puhul.

Hindamisjuhend toetas täielikult ülesande töömahukust. Ainuke etteheide võiks olla see, et oleks pidanud natuke detailsemalt lahti kirjutama iga punkti jaotuse, sest stereomeetriaülesande puhul on see väga oluline.

4.8.1. Õpilaste poolt enim tehtud vead

- Ei suudetud aru saada poolsilindri mõistest ega pinnalaotusest.
- Jooniselt nähti silindrit, millel on põhjaks poolkera, sest joonis oli segadusseajav.
- Ruumala arvutamisel unustati silindri ruumala kaheks jagamata.
- Silindri ruumala jagati kolmega, vaadeldi keha kui koonust.
- Ruumala asemel arvutati silindri täispindala.
- Ruumalaühikute teisendamisel eksiti, näiteks $0{,}79\ m^3 = 79\ l$.
- Unustati vastus ümardamata.
- Ruumala leidmisel arvutati eraldi põhja pindala ja kohe ümardati, muutus lõppvastuse täpsus.

- Värvitava pinna pindala arvutamisel leiti: silindri täispindala; pool silindri täispindalast; pool silindri põhja pindala ja külgpindala summast.
- Värvitava osa pindala arvutamisel ei arvestatud ristkülikukujulise tagaseina olemasolu.
- Värvi piisamise otsust ei osatud teha.

4.8.2. Ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Joonis peaks olema täpsem, juures võiks olla ka pilt (foto) tegelikkusest. Sellise ülesande puhul on vaja konkreetsem punktide lahtikirjutamine. Ülesanne on sobiv valikülesandena. Töömahult on võrdväärne ülesandega seitse.

4.9. Järeldused ülesannete lahendatavuse kohta ja seosest kogu eksamitöö lahendatavusega

	1	2	3	4	5	6	7	8	Kogu töö
alla 50%	14,80	12,12	25,48	27,16	34,29	51,01	39,36	28,26	28,26
50% või rohkem	85,20	87,88	74,52	72,84	65,71	48,99	60,64	71,74	71,74

Tabel 13. Lahendatavus ülesannete kaupa

	ül1	**ül2**	**ül3**	**ül4**	**ül5**	**ül6**	**ül7**	**ül8**	**tulemus**
Ül1	1.00	0.49	0.55	0.46	0.41	0.47	0.47	0.51	0.70
Ül2	0.49	1.00	0.43	0.51	0.42	0.34	0.37	0.46	0.65
Ül3	0.55	0.43	1.00	0.50	0.43	0.48	0.55	0.51	0.74
Ül4	0.46	0.51	0.50	1.00	0.48	0.47	0.55	0.62	0.75
Ül5	0.41	0.42	0.43	0.48	1.00	0.44	0.53	0.47	0.75
Ül6	0.47	0.34	0.48	0.47	0.44	1.00	0.62	0.63	0.77
Ül7	0.47	0.37	0.55	0.55	0.53	0.62	1.00	0.67	0.85
Ül8	0.51	0.46	0.51	0.62	0.47	0.63	0.67	1.00	0.85
tulemus	0.70	0.65	0.74	0.75	0.75	0.77	0.85	0.85	1.00

Tabel 14. Ülesannete lahendatavuse korrelatsioonide risttabel

Kui võtta lahendatavuse aluseks saavutatud tulemus kuni 50% või rohkem kui 50%, siis kohustuslikest ülesannetest moodustub kaks paari, esimene ja teine ülesanne, ning kolmas ja neljas, mis on soorituselt paarikaupa võrdväärsed. Valikülesannetest on sama võrdluse põhjal kõige halvemini lahendatud kuues ülesanne, mille sooritas olla 50% koguni 51,01% valinud õpilastest, samas kaheksanda ülesande puhul ainult 28,26% valinutest said alla poolte punktide.

Kogu töö tulemust 71,74% arvestades on lahendatavuselt selles ümbruses kõik ülesanded, v.a kuues ja seitsmes ülesanne, mis on oluliselt halvemini lahendatud.

Vaadeldes korrelatsioonide risttabelit ülesannete omavahelisest lahendatavusest saab järeldada, et väike seos on olemas esimese ja kolmanda, neljanda ja seitsmenda ning kolmanda ja seitsmenda ülesande vahel – 0,55. Viimasest tugevam seos on neljanda ja kaheksanda, kuuenda ja seitsmenda ning kuuenda ja kaheksanda ülesande vahel – 0,62 või 0,63. Tugevaim seos on aga seitsmenda ja kaheksanda ülesande vahel– 0,67. See on ka loogiline: kes lahendas hästi seitsmenda, see valis ka kaheksanda ülesande ja lahendas sellegi hästi.

Lõpptulemusega on korrelatsioon tugevaim seitsmendal ja kaheksandal ülesandel – 0,85, mis arvatavasti näitab seda, et nende ülesannete lahendajatel on ka vastav tulemus parem. Samas ülesande kaks lahendatavus kogutulemusega võrreldes omab nõrgimat korrelatsiooni 0,65, mis peaks näitama, et kogutulemus ei sõltunud kõige paremini lahendatud ülesandest 2.

5. Eksamitööde vormistamisest ja parandamisest

Valimisse kuulunud 2088 eksamitööst vaadati põhjalikult läbi 1248 tööd, st 59,77% töödest.

Tööd olid kõik vormistatud ruudulisele A3 formaadis paberile. Kolm kooli ei olnud töö päisesse kirjutanud kooli rekvisiite ega isegi kooli nimetust. Põhikooli lõpueksamitöö peab olema kirjutatud kooli rekvisiitidega paberile.

Vastavalt hindamisjuhendile tuli esilehel välja tuua iga ülesande punktid ja ka kogusumma. Kuus kooli ei saanud sellega hakkama ning 11 kooli kirjutas vaid kogusumma.

Vormistuses nõuti ka aastahinnet. Need koolid, kes kirjutasid vaid punktide kogusumma, ei kirjutanud töödele ka aastahindeid.

Hindamisjuhendis paluti töödes märkida vea tekkimise koht. Sellega said hakkama 85 kooli komisjonid, kahes koolis ei märgitud töödes ühtegi viga, vaid kirjutati ülesande juurde saadud punktid, ning 11 kooli komisjonid märkisid vigu valikuliselt, st mõnes kohas märgiti ja mõnes kohas jälle ei märgitud.

	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7	ül 8	Kõikides töödes
Punkte juurde	30	19	20	10	13	6	20	14	132
Punkte maha	25	15	96	15	46	30	36	19	282
Kokku muutusi	55	34	116	25	59	36	56	33	414
Oletatav tööde %									32,12%
Muutusi töödes %	4,24%	2,62%	8,94%	1,93%	7,97%	5,55%	11,06%	7,26%	

Tabel 15. Hindamise muutused töödes

Tabel 15 annab ülevaate hindamiste muutustest kontrollitud 1289 töös. Suurimad muutused on seitsmendas ja kolmandas ülesandes, kus kõigist töödest tuli muuta punkte vastavalt 11,06% ja 8,94% töödes. Vähim muutusi parandamises on neljandas ja teises ülesandes vastavalt 1,93% ja 2,62%.

Kergekäeliselt võetakse maha punkt selle eest, et puudub lõppvastus, aga samas on küsitud suurused leitud ja lahendusest välja toodud allajoonimisega. Samuti ei rahulda õpetajaid selgitused, mis on joonisega lahti seletatud või kirja pandud lihtlausena.

Ühe kooli õpetajad võtsid lõppsummast punkti maha, kui nende arvates ei olnud vormistus korrektne! (hindamisjuhend seda ei luba ja korrektsus on väga subjektiivne mõiste).
Samas hinnatakse maksimaalsete punktidega tekstülesande (ül 3) lahendust, mis on üldse ilma kontrollita või siis on kontrollitud õpilase poolt koostatud võrrandit. Samas ei peeta kogu kooli töödes hindamisel kinni ühtsest hindamisest. Kohati jääb mulje, et see on viieline õpilane, temalt sama eksimuse eest punkte maha ei võta, ja teine, kes on kolmeline – temalt võetakse punkte maha sama vea eest!

5.1. Õpetajate poolt parandamisel tehtud vead

Oli töid, kus õpetaja parandas valeks õpilase täiesti õigesti lahendatud ülesande (eriti ül 8).

Samas on üllatav, et ligikaudu kolmandikus töödes (32,12%) oli vaja muuta hindepunkte, s.o iga kolmas töö sisaldas hindamisvigu.

Hinde muutus	Tööde arv
3 - 2	19
4 - 3	13
5 - 4	16
2 - 3	5
3 - 4	7
4 - 5	7

Tabel 16. Hinnete muutused

Tööde läbivaatamisega seoses tekiksid muutused ka eksamihinnetes. Hindeid „2” tuleks juurde 14, hindeid „3” väheneks kokku kaheksa võrra, hindeid „4” tuleks juurde kolm, hindeid „5” väheneks kokku 13 võrra. Kokku on muutusi ligikaudu igas 20. töös

Muretsemiseks on põhjust ka seetõttu, et 32 töös, s.o 2,48% töödest, olid punktid valesti kokku liidetud ja alati õpilase kahjuks.

Seitsmes töös oli kahe valikülesande asemel hinnatud kolme ülesannet.

Ühes töös oli 20 punkti hinne „3” ja ühes 46 punkti hinne „4”.

Viimased kolm väidet annavad põhjuse arvata, et komisjonide töö oli küllaltki pealiskaudne. Viimast kinnitab ka tabel 13, mis näitab, et pea igas kolmandas töös on muutusi hindepunktides.

Imestust tekitas asjaolu, et tööd, kus oli palju muutusi, olid koolidest, kus õpetajal oli vaja parandada vähe töid. Koolides, kus on mitu paralleelklassi, on komisjonide töö korrektne. Eriti väärib märkimist vene õppekeelega koolide täpne ja korrektne tööde parandamine võrreldes eesti õppekeelega koolidega.

Järelikult

- komisjon ei kontrolli töid teist korda üle;
- õpilastele ei näidata nende eksamitöid;
- õpilasele ei soovita panna saavutatule vastavat eksamihinnet või vastupidi – peab saama selle hinde, mida õpetaja tahab;

5.1.1. Ülesanne 1

- Lihtsustamisel puudub rea lõpus ja uue rea ees võrdusmärk – see ei ole põhjus karistada –1 punktiga ja seda karistust rakendati ka valikuliselt.
- Lõppvastus puudub, kuigi töös on esile toodud lihtsustamise ja/või arvutamise tulemus – see ei ole põhjus karistada –1 punktiga ja ikka valikuliselt: ühte õpilast karistan, teist mitte.
- Arvutamisel on lihtsalt vastus, arvatavasti saadud arvutamisel taskuarvutiga – õpetaja annab maksimumpunktid.
- Päris ilma kirjalike arvutusteta antakse samuti maksimumpunktid.
- Õpilane ei tea valemit $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, kuid rohkem vigu ei tee – see ei ole väärt –3 punkti.
- Õpilane teeb ülesande mahakirjutamisel märgivea ja lahendab oma ülesande õigesti – see ei ole väärt –3 punkti.
- Õpetaja ei kontrolli edasi tehtud veaga, vaid loeb alates veast kogu ülesande valeks.
- Õpilane avab sulud valesti, teeb vea koondamisel ja ka arvutamisel – hinnatakse 5 punktiga??, kuigi õige on vaid algebra valemi kasutamine.
- $4 \cdot (-0{,}5) = 3{,}5^2 = 12{,}25$, $\frac{2}{3}$ $\frac{12{,}25}{100} = \frac{12{,}25}{30} = 0{,}4$, $7 \cdot (-5) = 6{,}5$, kõik see absurdsus on õigeks loetud.
- $\ldots - 3m(3m - 7n) = \cdots + 9m^2 - 21mn$, see kirjutis on loetud õigeks.
- $3 \cdot 0{,}5^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 3 \cdot 0{,}25 = 0{,}75$ ei märgata viga.
- $0{,}5 \cdot (-2) - -1$, see loetakse valeks!, aga edasi $4-(-1)$ asemel kirjutatakse $4-1$ ja siin ei märgata viga! Ja analoogset viga $-(-) \rightarrow -$ ei pane tähele õige mitmed parandajad.
- $\frac{2}{3} = 0{,}6$; $\frac{2}{3} = 0{,}66$; $\frac{2}{3} = 0{,}7$ kõik see loetakse õigeks.
- Lahendus $\left[3 \cdot \frac{2}{3} - 4 \cdot (-0{,}5)\right]^2 - 3 \cdot \frac{2}{3}\left(3 \cdot \frac{2}{3} - 7 \cdot (-0{,}5)\right) = 27$ andis 6 punkti!
- $(4a - 3b)^2 = 16a - 12ab - 6b$ töös ei ole märget veale.
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$.

5.1.2. Ülesanne 2

- Loetakse veaks, kui õpilane arutleb, kasutades protsendi mõistet, sest parandaja ei leia kuskilt arvutusi, aga arutlus on jutuna õigesti kirja pandud!
- Võetakse üks hindepunkt maha halva käekirja ja mahatõmbamiste pärast.
- $4 \cdot 5 - 20\%$, seda ei tohiks lugeda täisveaks.
- Rukki alla 4 ha, s.o $100\% : 4 = 25\%$, õpetaja ei reageeri.
- Sõna „ristkorrutis” kasutamise eest –1 punkt.
- Puudub lõppvastus, kuid on iga alaülesande vastus: ikka karistatakse –1 punktiga.

- Ainult arvutused ja ei sõnagi selgitust – maksimaalsed punktid.
- Ainult vastused ja ei midagi rohkemat – maksimaalsed punktid.
- Täpselt analoogsed lahendused, ühes ja samas koolis, aga erinevad hindepunktid.

5.1.3. Ülesanne 3

- Ülesande raskuseks oli kontrolli tegemine: kontroll võrrandiga – üks parandaja karistab punkti mahavõtmisega, teine ei; kontrolli ei tehta üldse – üks parandaja karistab punkti mahavõtmisega, teine ei.
- Selgitused võrrandi koostamisele olid teiseks ebakõlaks: selgitused puuduvad – üks parandaja karistab punkti mahavõtmisega, teine ei.
- Ei selgitata ega tehta kontrolli – ikka maksimaalsed punktid.
- Olgu otsitavad arvud x ja x + 7 – õpetaja märgib, et vastuolu tekstiga, samas selle kooli teises töös leiab õpetaja, et kõik on õige?!
- Ainult võrrandi koostamise eest maksimaalsed punktid.
- Õpilane lahendab ülesande ja tehtud on kontroll võrrandiga – antakse vaid 2 punkti, kuigi peaks andma 6 punkti.
- Lahendus $x+7y=494, x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 1\cdot(-494)}}{2\cdot 1}$, saadakse õige vastus – parandaja loeb kirjutise õigeks.
- Lahendus $x+9x=532$, vastuseks otsitavad arvud on 53,2 ja 53,2; tulemus loetakse õigeks.
- Vastuseks lubatakse: negatiivne arv – 19.
- Ülesanne on parandamata, maksimaalsed punktid, sest vastus on õige, kuid lahendus on täiesti vale.
- Võrrandiks on $x\cdot x+7=494$, kus on jäänud ära sulud, lahenduses on kasutatud sulge ja kontrollitud lahendeid õigesti teksti järgi! – karistatakse –2 punktiga (muidu oleks õpilane saanud hindeks „5”).
- $x(x-9)=532 \Rightarrow x^2-9-532=0$ lahendus läheb valeks, aga loetakse õigeks.

5.1.4. Ülesanne 4

- Ülesande lahenduse sees alaülesannete lahendamisel vastustel jooned all, õpetaja nõuab lõppvastust –1punkt.
- Ülesandes leidmata ostetud plaatide arv, – 3 punkti (hindamisjuhendis – 1 punkt)**.**
- $8{,}91\ \mathrm{m}^2 = 891\ \mathrm{dm}^2$ loetakse valeks.
- Õpilane ei tea ristküliku pindala valemit, edasine lahendus on õige – 3 punkti, vist liiga range ühe valemi mittetundmise eest.
- Õpilane arutleb $\frac{9}{10}$ $on\ 90\%$ $\Rightarrow$ 10% on 16 plaati ning 100% on 160 plaati, see loetakse väga valeks! ja karistatakse – 3 punktiga.
- Parandamata viga 3,3 m = 33 cm ja 2,7 m = 27 cm.
- Märkimata viga $\dots\frac{cm^2}{cm}=\cdots plaati$.
- Kõik ühikute teisendamine vale, aga õpilane lahendab sisuliselt õigesti – 7 punkti.
- Eksimus 600 cm^2= 0,6 m^2 ei ole väärt – 4 punkti.
- Lubatakse ristküliku pindala valemiks ega märgata: $S=a+b$; $S=2(a+b)$.

5.1.5. Ülesanne 5

- Põhjendused, miks kolmnurk on täisnurkne: kolmnurgad on sarnased; üks külg on 90º; ringi diameeter on KM; diagonaalid läbivad ringi keskpunkti; nurgad on ligikaudu 90º; kolmnurkadel on üks ühine külg; diagonaali järgi paigutatud – kõik need loeti piisavateks põhjendusteks!
- Põhjendus, et kui kolmnurga üks külg on ringi diameeter, aga ka Thalese teoreemi järgi, loeti aga valeks.
- Ilma mingi põhjenduseta, et kolmnurgad on täisnurksed, anti 2 punkti.
- On loetud õigeks:

kasutades Pythagorase teoreemi $\sqrt{12^2 \cdot 9^2} = 15$; $h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{6^2 - 8^2} = 5{,}29$; $8^2 + 6^2 = \sqrt{100} = 10$; $b^2 = \sqrt{22{,}5^2 - 19^2}$; $AB = \sqrt{15^2} - 14^2 \approx 5{,}39$.

- Ei märgita viga $cos\frac{14}{15} = 56{,}2^{\circ}$, $sin56{,}2^{\circ} = \frac{x}{15} = 15 \cdot 0{,}8350 = 12{,}5$.
- Pindala leitud absoluutselt valesti – ikka antakse maksimumpunktid.
- Vale järguni ümardamine loetakse õigeks.

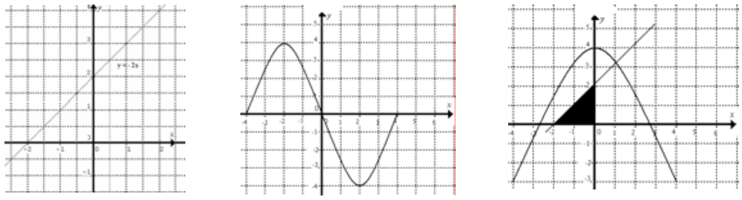
5.1.6. Ülesanne 6

- Lubatakse võrrandile mitut võrdusmärki, näiteks $\frac{1}{(x+2)^2} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} = x - 2 + 4x + +8 = x^2 + 4x + 6$ ja ei reageerita ilmsetele vigadele.
- Murru kaotamisel ei nõuta nimetaja nulliga mittevõrdumise tingimust!
- Ei nõuta murdvõrrandi lahendamiseeskirja rakendamist: $\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$
- Ei nõuta kontrollimist algvõrrandis, rääkimata vp ja pp eraldi kontrollimisest.
- Vale vastus ilma kontrollita loetakse õigeks lahenduseks.
- Lubatakse anda vastus kujul $\begin{cases} x_1 = \\ x_2 = \end{cases}$.
- Loetakse õigeks $(x+3)^2 = x^2 + 9$ ning $(x+2)^2 = x^2 + 2x + 4$ ja samas valeks $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$.
- Jäetakse tähelepanuta jagamine 0-ga: $\frac{1}{16} + \frac{4}{0} = \frac{1}{16}$; $\frac{1}{3-3} = 0$.
- Ei märgata vigu arvutamisel: $-1^2 - 4 = -3$; $\frac{1}{25} - \frac{6}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1-30+5}{25} - -\frac{34}{25}$.

5.1.7. Ülesanne 7

- Nullkohti ei arvutata, vaid loetakse õigeks ka jooniselt loetud nullkohad.
- Nullkohtadena on antud lõikepunktid x-teljega, see loetakse õigeks.
- Haripunkti ei arvutata, vaid loetakse õigeks jooniselt loetud haripunkt.
- Ei pöörata tähelepanu ülesande tekstile: „tähista ning märgi joonisele”.
- Joonisele ei märgita parabooli telge, parandaja ei tee töösse vastavasisulist märkust, ega alanda hindepunkte.
- Sirget ei joonestata, antakse maksimaalsed punktid.
- Sirge on valesti joonestatud, loetakse õigeks.
- Punkti märkimist, näiteks $H\{0; 4\}$ ei parandata, sama kehtib ka $H = (0;4)$.
- Valesti on arvutatud nullkohad ja haripunkt, parandaja ei märka.

- Ülesanne on õigesti lahendatud, parandaja märkus graafikud puuduvad? – graafikud on joonestatud ülesannete tekstide lehele, selleks ettenähtud kohta!
- Õpetaja parandab õigesti joonestatud sirge y = 2x valeks joonestades sirge y = x + 2.
- Mingit kolmnurka õpilasel ei teki, aga vastus on õige, järelikult ka lahendus parandaja arvates.
- Pindala arvutamine: S = 6 ruutu, ruut on 0,8 x 0,8 ja $S = 6 \cdot 0{,}64 = 3{,}84\ cm^2$ loetakse õigeks (idee ju on).
- Ei märgata vigu:



5.1.8. Ülesanne 8

- Parandaja ei arvesta ülesande algul tehtud väikese veaga ega kontrolli ülesannet lõpuni, vaid vaatab ainult vastust.
- Sageli on värvitud osa pindala valesti leitud, aga õpetaja loeb selle õigeks või ka vastupidi.
- Õpilane teeb värvikulu kohta õige otsustuse oma tulemuste põhjal, aga parandaja ei arvesta seda.
- Loetakse õigeks teisendused: 0,85 $m^3 = 85\ l$; 1 $m^3 = 100\ dm^3$.
- Kehast on valesti aru saadud, oma keha värvitava osa pindala valesti leitud, ühikute teisendamine vigane ja värvi jätkumise kohta järeldust ei ole, kokku 8 punkti!

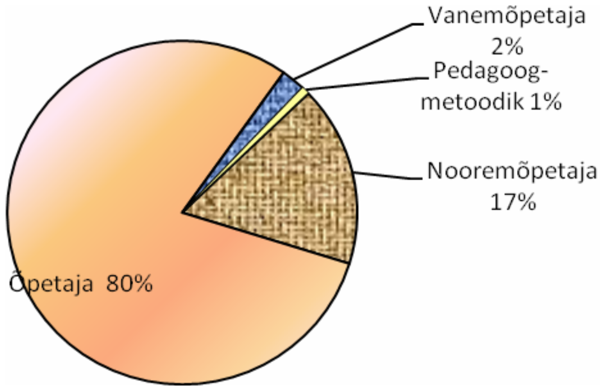
Selle ülesande puhul jääb mulje, et kontrolliti vastuseid, aga mitte lahendust või tõesti ei ole parandajad osanud ise ülesannet lahendada!

5.2. Ettepanekuid õpetajatele

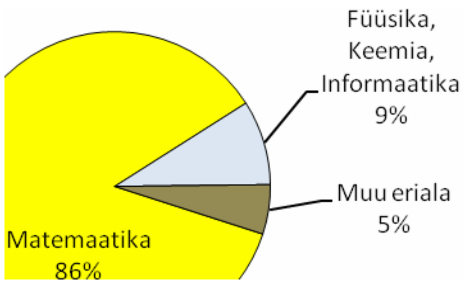
- Eksamitöö parandamiseks varuge aega.
- Hinnake õpilase lahendusideed ja süvenege sellesse.
- Parandage ülesanne lõpuni tehtud veaga.
- Eksamitöö vaadake üle ka teistkordselt.
- Töid parandades kommenteerige tehtud viga, sest vigadest õpitakse.
- Näidake parandatud eksamitööd õpilasele.
- Ärge lubage kasutada taskuarvuti asemel mobiiltelefoni.
- Pöörake rohkem tähelepanu peastarvutamisele, sest paljud arvutusvead on tehtud arvutil valele sõrmisele vajutades.
- Õpetage õpilased kasutama taskuarvutit nii, et vahepealseid tehteid ei kirjutataks alati välja.
- Pöörake tavatundides tähelepanu kirjalikule arvutamisele.
- Tehke endale ja seejärel õpilasele selgeks, mis on selgitused ülesande juures ja mõelge, kas te ikka ise iga tund järgite seda.
- Protsentülesande lahendamisel ärge rõhutage tüüpe, vaid alustage mõistetega *1%* ja *tervik* (100% = 1).
- Tekstülesande kontrollimisel, paluge tunnis suuliselt kontrolle ette lugeda ja tehke töö ainult ülesande kontrollimisele, kus on ka valed vastused olemas.

- Kujundite ümbermõõtude valemeid ei pea õppima pähe. On vaja mõista, et ümbermõõt on kujundi külgede pikkuste summa.
- Pindala valemite õppimisel ja kordamisel olgu alati juures joonis.
- Pöörake tähelepanu ühikute teisendamisele.
- Kaheksandas klassis defineerimise ja tõestamise osa tuleb õpetada süvendatult, iga õpilane peab saama oskuse seletada, põhjendada ja järeldada – tehke seda ka ise iga uue teema puhul, tuues eelnevaga seoseid.
- Tähelepanu peab pöörama ümardamisele, aga ka ligikaudsele arvutamisele.
- Võrrandi lahendamisel on üks võrdusmärk reas.
- Võrrandi lahendit kontrollitakse algvõrrandis.
- Murdvõrrandi lahendamisel tuleb kirja panna murru nulliga võrdumise tingimus.
- Graafikute joonestamine ei ole pelgalt tabeli koostamine ja selle järgi joonestamine.
- Mõisted *parabooli telg* või *parabooli sümmeetriatelg*, *nullkohad*, *haripunkt*, *lõikepunktid telgedega*; *punkt*; *hulk* – kõik on segamini.
- Kas kehade õppimisel on ikka oluline valem? Pigem pinnalaotus.
- Võtke elulisi pilte ja koostage ise natukenegi elulähedasemaid ülesandeid, õpiku ülesannet saab ju ümbersõnastada.

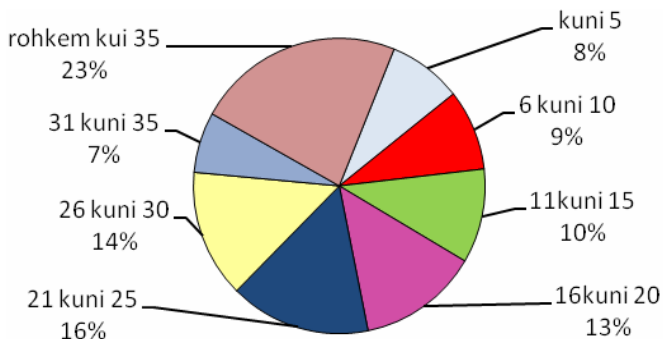
6. Õpetajate hinnangud 2007. aasta eksamitööle ja hindamisjuhendile



Joonis 12. Õpetajate kvalifikatsioon



Joonis 13. Õpetaja eriala



Joonis 14. Õpetajate töökogemus matemaatika õpetajana aastates

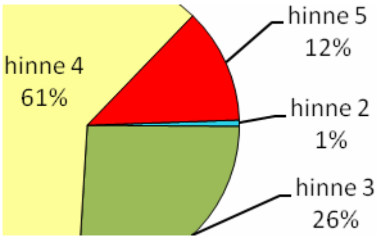
Valimisse sattunud koolide õpetajatest, kes vastasid küsimus-tikule, omavad 80% õpetaja järku. 86% õpetajatest omab matemaatika-õpetaja kvalifikatsiooni.

Õpetajatest 23% on töötanud antud erialal üle 35 aasta ning neid, kes on töötanud matemaatikaõpetajana üle 21 aasta, on 60%.

Seega võime tõdeda, et õpetajateks on kogenud pedagoogid, samas tundub, et mitte eriti huvitatud oma ametijärgust, sest vanemõpetajaid ja pedagoog-metoodikuid on nende seas ainult kokku 3%.

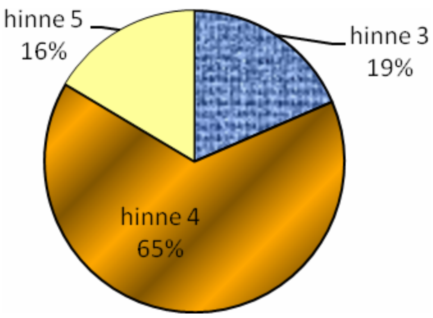
Tekib küsimus, kas põhikoolis ja gümnaasiumis õpetavad erinevad õpetajad? Kui see on nii, siis on midagi valesti. Samas ei saa seda väita, sest ei ole kasutada vastavaid andmeid.

Järelikult võiks esitada 2008. aasta küsimustikus vastavasisulise küsimuse: „Kas õpetate ka gümnaasiumis?"



Joonis 15. Hinnang eksmile viie palli süsteemis

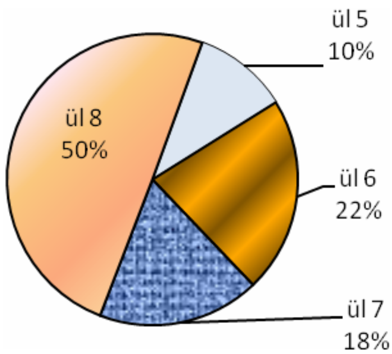
Vastanud õpetajate hinnang eksamitööle on 61% ulatuses hea ja 12 % ulatuses väga hea. Ka see kinnitab analüüsi, et eksamtöös olevad ülesanded olid sobivad ja hästi lahendatavad.



Joonis 16. Hinnang hindamisjuhendile viie palli süsteemis

Hindamisjuhendile annab hea või väga hea hinnangu koguni 81% vastanud õpetajatest. Seega vastas hindamisjuhend igati nõudmistele. Viimast kinnitas ka analüüs.

Õpetajad tõid välja, et hindamisel võiks lubada kasutada ka 0,5 punkti, sest kõik vead ei ole väärt – 1 punkti.



Joonis 17. Raskemad ülesanded eksmitöös

Raskemate ülesannetena olid mainitud valikülesanded. Pooled vastajad tõid välja stereomeetria ülesande (ül 8). Rohkem kui viiendik vastajatest osutas murdvõrrandi lahendamist nõudvale ülesandele, mis oli ka kõige nõrgemini lahendatud valikülesanne, viimast kinnitas ka analüüs.

7. Ettepanekud 2008. aasta eksamitöö koostamiseks

Ettepanekud on lahti kirjutatud punktides 4.1.2, …, 4.8.2.
Mõelda võiks eksami formaadi muutmisele: I – valikvastused; II – lühiülesanded vastavad kohustuslikele ülesannetele, aga iga ülesanne koosneb ühest tehtest või situatsioonist; III – valikülesannete tüüpi ülesanded.