PÕHIKOOLI MATEMAATIKA LÕPUEKSAM 2008

Matemaatika lõpueksami eesmärgid:

- hinnata riikliku õppekavaga määratletud põhikooli matemaatika õppe-eesmärkide ning õpitulemuste saavutatust;
- suunata eksamitöö sisu ja vormi kaudu matemaatika õppekorraldust;
- ühtlustada eksamitööde hindamiseks antud soovitustega hindamise aluseid matemaatikas, et tagada õpitulemuste võimalikult objektiivne hindamine;
- anda koolidele võimalus hinnata oma õpilaste õpitulemuste taset üleriigilises ulatuses.

Eksami korraldus

Matemaatika lõpueksam toimub kirjalikus vormis. Kahes paralleelvariandis eksamiülesanded valmistab ette ja saadab kooli Riiklik Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskus. Eksami viib läbi kooli lõpueksamikomisjon 11.juunil 2008.a. Kui õpilane ei saa erakordsetel põhjustel (näiteks haigestumine) eksamit sooritada nimetatud tähtajal, siis sooritab ta selle hiljem kooli direktori poolt määratud ajal ja kooli direktori kinnitatud ülesannete alusel. Eksamil mitterahuldava hinde saanud õpilane sooritab korduseksami samuti direktori poolt kinnitatud ülesannete järgi 30. juuniks või õpilase taotlusel ka hiljem, kuid hiljemalt 31. augustil.

Eksamiülesanded on jaotatud kahte ossa. Esimeses osas tuleb kõigil õpilastel lahendada neli kohustuslikku ülesannet, mille edukas lahendamine tagab eksami sooritamise rahuldaval tasemel. Iga kohustusliku ülesande õige lahendus annab 7 punkti. Teises osas antud neljast valikülesandest valib õpilane oma äranägemise järgi lahendamiseks kaks ülesannet. Valikülesannetest kaks annavad kumbki 8 punkti ja ülejäänud kaks kumbki 11 punkti. Kokku on eksamil vaja lahendada seega 6 ülesannet (4 kohustuslikku ja 2 valikülesannet). Maksimaalselt võimalik hindepunktide summa 2007. a eksamil on 50. Kuue ülesande lahendamiseks on aega 180 min.

Töid kontrollib ja hindab kooli eksamikomisjon. Iga õigesti ja nõuetekohaste selgitustega lahendatud ülesanne annab teatava arvu hindepunkte. Kogu töö eest saadud hindepunktide summa teisendatakse järgnevalt esitatud skaala alusel viiepallihindeks vastavalt sellele, mitu protsenti moodustab saadud punktisumma ülimalt võimalikust punktisummast (50 punkti).
90% – 100% → 5; 70% – 89% → 4; 45% – 69% → 3; 20% – 44% → 2; 0%–19% → 1.

Nõutavad teadmised ja oskused

Eksamiülesannete koostamisel lähtutakse riiklikus õppekavas esitatud matemaatika ainekava nõuetest, mille kohaselt
põhikooli lõpetaja **teab ja tunneb:**

- ratsionaalarve,
- võrrandite lubatavaid teisendusi, ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja murdvõrrandeid, ruutvõrrandi lahendivalemit ja lahendite omadusi,
- kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteemi,
- ühe tundmatuga lineaarvõrratust ja sellelubatavaid teisendusi,
- täisarvulise negatiivse astendajaga astme mõistet,
- kaksliikmete summa ja vahe korrutise ning kaksliikmete summa ja vahe ruudu valemeid;
- lihtsamaid funktsionaalseid seoseid (võrdeline ja pöördvõrdeline seos, lineaar- ja ruutfunktsioon) ning nende graafikuid,
- statistiliste andmete esitusviise ja lihtsamate arvkarakteristikute arvutamist,
- sündmuse tõenäosuse mõistet,

- tasandilisi ja ruumilisi kujundeid, nendevahelisi seoseid ja omadusi, pindala (ruumala) arvutamise eeskirju,
- matemaatilist sümboolikat ja terminoloogiat;

põhikooli lõpetaja **oskab:**
- arvutada ratsionaalarvudega ja rakendada neid ülesannete lahendamisel, kaasa arvatud protsendi mõiste kasutamine,
- teisendada lihtsamaid ratsionaalavaldisi ning arvutada nende väärtusi muutujate etteantud väärtuste järgi,
- lahendada ja ülesande andmete järgi koostada võrrandeid ja võrrandisüsteeme, ning kontrollida saadud lahendeid,
- joonestada funktsioonide graafikuid ning lugeda graafikult funktsiooni omadusi;
- korrastada ja töödelda lihtsamaid statistilisi andmeid, arvutada ning tõlgendada leitud karakteristikuid,
- leida lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosust,
- lahendada täisnurkseid kolmnurki ning rakendada neid oskusi lihtsamatel juhtudel muude geomeetriliste kujundite juures,
- arvutada tasandiliste kujundite ümbermõõtu ja pindala ning ruumiliste kujundite pindala ja ruumala.

Eksamiks vajalikud vahendid

Eksamile tulles peavad eksaminandil kaasas olema kirjutus- ja joonestusvahendid (viimaste hulgas teritatud pliiats, joonlaud, sirkel, kustutuskumm). Töö kirjutamiseks vajaliku paberi annab kool. Eksamil on lubatud kasutada kalkulaatorit, mis ei tohi sisalda teksti. Õpitud valemeid tuleb teada peast. Kui kalkulaatoril on klahvid, mis võimaldavad arvutada ilma valemeid kasutamata, siis vajalikud valemid tuleb eksamitöösse ikkagi kirjutada. Eksamil ei ole lubatud kasutada õpikuid, käsiraamatuid, teatmikke ega muid abivahendeid. Töö vormistamisel ei tohi kasutada punast värvi.

Soovitusi õpilastele eksamiks valmistumiseks

Jooksva õppetöö kõrval koolis lahenda kodus iseseisvalt veel täiendavaid ülesandeid. Harjutamiseks on sobiv kasutada ka eelmiste aastate eksamiülesandeid. Käesolevale artiklile on lisatud 2007.a. eksamiülesannete üks variant, mille lõpus on antud ka ülesannete vastused (välja arvatud joonised), mis tegelikus eksamitöös puuduvad. Ülesannete lahendamisel harjuta end lahenduste lühidaks selgitamiseks ja põhjendamiseks. Uuri hoolega ka oma kontrolltööde ja koduülesannete lahendustes tehtud vigu ning nende tekkimise põhjusi.

PÕHIKOOLI MATEMAATIKA LÕPUEKSAMI ÜLESANDED 2007. A

Variant A

Vaja on lahendada kuus ülesannet: ülesanded 1, 2, 3 ja 4 ning omal valikul veel kaks ülesannetest 5. – 8. Kuue ülesande lahendamise eest on võimalik saada kuni 50 punkti. Lahendamiseks on aega 180 min.

1. (7p) Lihtsusta avaldis ja arvuta seejärel kirjalikult selle täpne väärtus, kui $m = \frac{2}{3}$ ja $n = -0{,}5$:

$$(3m-4n)^2 - 3m(3m-7n).$$

2. (7p) Taluniku 20 ha suurusest põllumaast on 55% kartuli all, 5 ha odra ja ülejäänud maa rukki all. Arvuta, mitu

1) hektarit maast on kartuli all; 2) protsenti maast on odra all;
3) hektarit maast on rukki all; 4) protsenti maast on rukki all.

3. (7p) Leia võrrandi abil kaks positiivset arvu, millest üks on teisest 7 võrra suurem ja mille korrutis on 494.

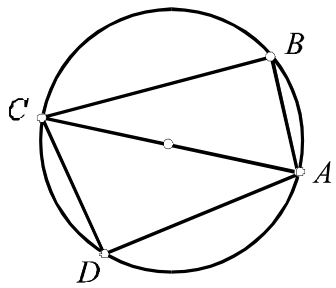
4. (7p) Vannitoa ristkülikukujuline põrand mõõtmetega 3,3 m ja 2,7 m on täielikult kaetud ruudukujuliste plaatidega, mille külje pikkus on 15 cm. Arvuta, mitu

1) plaati on põrandale pandud, kui plaatidele vahesid ei ole jäetud;
2) plaati osteti, kui põrandale pandud plaatide arv moodustas $\frac{9}{10}$ ostetud plaatide arvust.

---

5. (8p) Ringi sisse on joonestatud nelinurk *ABCD*, mille diagonaal *AC* läbib ringi keskpunkti, *CD* = 9 cm, *AD* = 12 cm, *BC* = 14 cm, vt joonis 1.

1) Otsusta ja põhjenda, mis liiki kolmnurgad *ABC* ja *ACD* on.
2) Arvuta nelinurga *ABCD* külje *AB* ligikaudne pikkus ümardatult sajandikeni.
3) Arvuta nelinurga *ABCD* ligikaudne pindala ümardatult kümnendikeni.



Joonis 1

6. (8p) Lahenda võrrand ja kontrolli selle lahendeid kirjalikult:

$$\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}.$$

Järgneb pöördel

7. (11p) On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 - 4x$.

1) Joonesta alljärgneva kava kohaselt joonisel 2 antud teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:

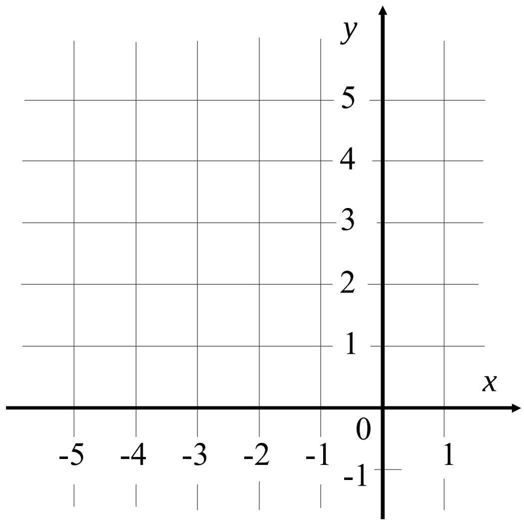
   a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;

   b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;

   c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid, märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.

2) Joonesta funktsiooni $y = -2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.

3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x-telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.



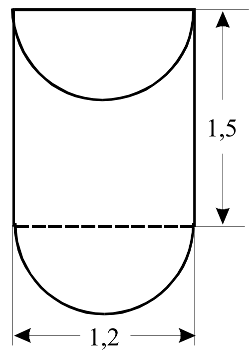
Joonis 2

8. (11p) Joonisel 3 on kujutatud poolsilindrikujuline pealt lahtine veemahuti, mille mõõtmed on antud meetrites.

1) Arvuta mahuti ruumala kuupmeetrites, ümardades vastuse sajandikeni. Mitu liitrit see on?

2) Mitu ämbritäit vett on mahutis, kui mahuti on täidetud 90% ulatuses ja ämber mahutab 9 liitrit?

3) Arvuta ja otsusta, kas 1,5 kilogrammist värvist piisab mahuti välispinna värvimiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 250 g värvi.



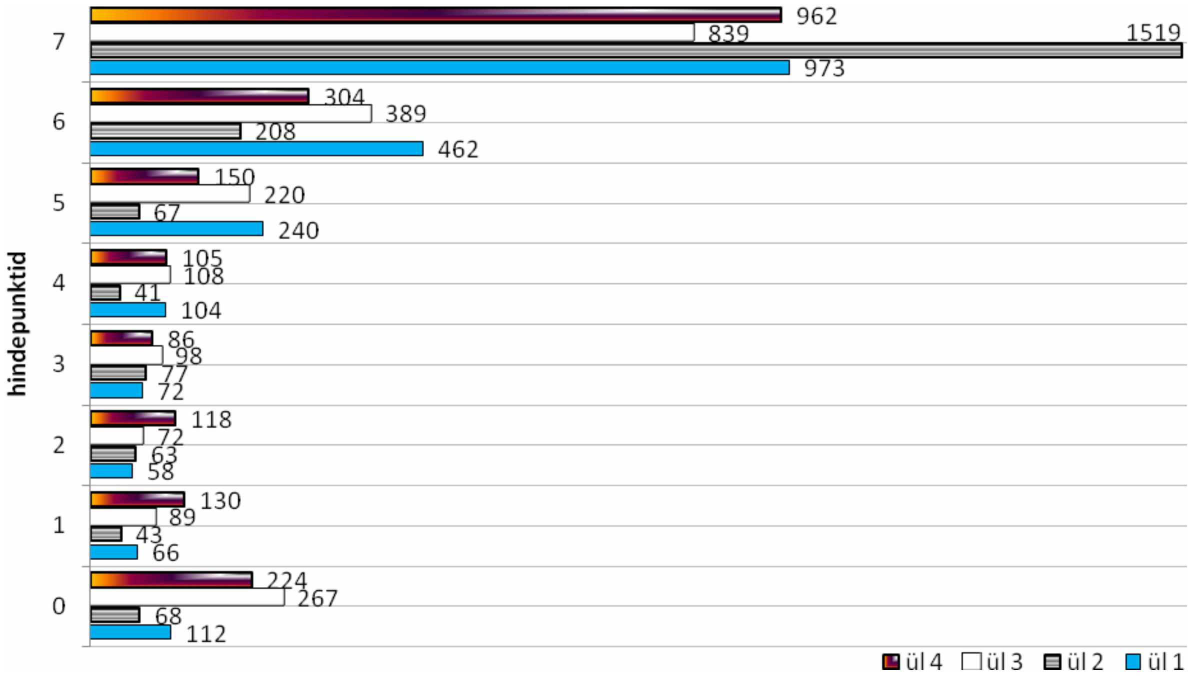
Joonis 3

Vastused

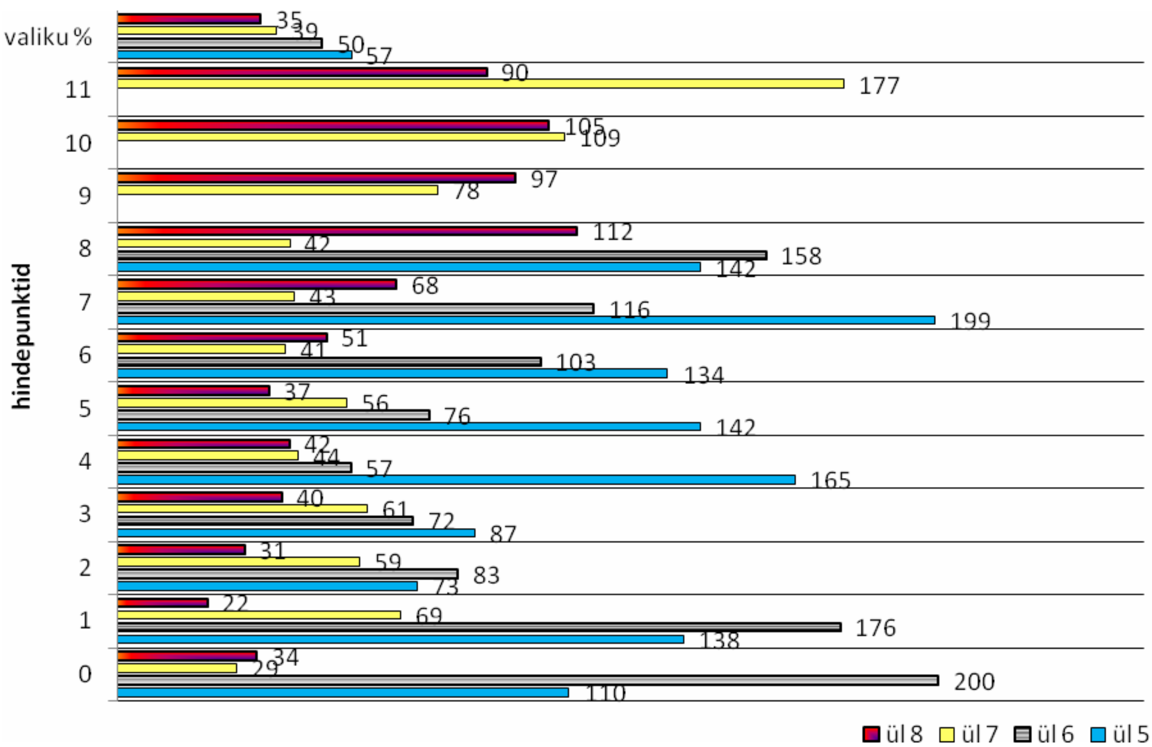
1. $16n^2 - 3mn$. **2.** 1) 11 ha; 2) 25%; 3) 4 ha; 4) 20%. **3.** 19 ja 26. **4.** 1) 396 plaati; 2) 440 plaati.
5. 1) Täisnurksed kolmnurgad; 2) $AB = \sqrt{29} \approx 5{,}39$ (cm); 3) $S \approx 91{,}7$ cm².
6. $x = -2$. **7.** 1) a) – 4 ja 0; b) (–2; 4); 2) (–2;4) ja (0;0); 3) 4 pindalaühikut.
8. 1) 0,85 m^3, 850 l; 2) 85 ämbritäit; 3) 1,3 kg, piisab.

2007. a eksamiülesannete analüüs ja enim esinenud vead lahendustes ülesannete lõikes

Järgnev põhineb 2088 eksamitööst koosneva valimi analüüsil.



Joonis 1. Hindepunktide jaotus kohustuslike ülesannete kaupa vastavalt õpilaste arvule.



Joonis 2 Hindepunktide jaotus valikülesannete kaupa vastavalt õpilaste arvule. Ülesande valinute protsent.

Ülesanne 1 (7p)

Lihtsusta avaldis ja arvuta seejärel kirjalikult selle täpne väärtus, kui

A: $a = 0{,}5$ ja $b = -\frac{2}{3}$ $\qquad (4a \quad 3b)^2 \quad 3b(3b \quad 7a)$;

B: $m = \frac{2}{3}$ ja $n = -0{,}5$ $\qquad (3m - 4n)^2 - 3m(3m - 7n)$.

Õpilane pidi teadma ning oskama rakendada kaksliikme vahe ruudu valemit, üksliikme korrutamist hulkliikmega. Seejuures tuli tähele panna ja toimida õigesti olukorras, kus miinusmärk on sulu ees. Samuti pidi eksaminand tundma sarnaste liikmete mõistet, et koondada õigesti. Kirjaliku arvutamise juures oli vaja teada ja osata: negatiivse arvu ruutu tõstmist, erimärgiliste murdude korrutamist, tehteid harilike murdudega.

Antud ülesande keskmine tulemus oli 5,55 punkti, maksimumile (7p) sooritas 973 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 112 õpilast ja üks õpilane jättis antud ülesande lahendamata.

Õpilaste enim tehtud vead

- Ei teata algebra valemit $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, selle asemel kasutatakse $(\mathrm{a} - \mathrm{b})^2 = \mathrm{a}^2 - \mathrm{ab} + \mathrm{b}^2$, $(a - b)^2 = a^2 - (a + b) + b^2$.
- Lihtsustatud avaldist vaadeldakse võrrandina ja lahendatakse näiteks:
  $-16n^2 + 21mn = 0, kus\ nähakse\ võrrandit\ ax^2 + bx = 0$
  $ja\ võetakse\ a = -16, b = 21$.
- Sageli kirjutatakse n asemel m või vastupidi.
- Sulgude avamisel jäetakse arvestamata miinusmärgi mõju.
- $\frac{2}{3} = 0{,}6\ või\ \frac{2}{3} = 0{,}7$
- Arvutamisel unustatakse negatiivse arvu eest ära miinusmärk.
- Kahe negatiivse arvu korrutis osutub sageli ikka negatiivseks arvuks.
- Negatiivse arvu ruut on negatiivne arv.
- Hariliku murru ruutu tõstmisel korrutatakse lugejat ja nimetajat 2- ga.
- Korrutamisvead: $3 \cdot 7 = 24\ või\ 3 \cdot 7 = 27$.

Viimased seitse enimesinenud viga on seotud sellega, et kirjaliku arvutamise asemel on kasutatud sellist taskuarvutit, millel ei ole hariliku murru sisestamise võimalust. Samuti ei tunne õpilased oma taskuarvutit ja ei oska teha tehteid positiivsete ega negatiivsete arvudega, rääkimata astendamisest. Tundub, et on kadunud elementaarne peastarvutamise oskus, pimesi usaldatakse taskuarvutit.

Ülesanne 2 (7p)

A: Taluniku 20 ha suurusest põllumaast on 55% kartuli all, 5 ha odra ja ülejäänud maa rukki all. Arvuta, mitu 1) hektarit maast on kartuli all; 2) protsenti maast on odra all; 3) hektarit maast on rukki all; 4) protsenti maast on rukki all.

B: Perenaine kulutas kaubamajas 250 krooni. Sellest 74% kulus toidukaupadele, 50 krooni lasteraamatule ja ülejäänud summa maksti pastapliiatsi eest. Arvuta, mitu 1) krooni maksid toidukaubad; 2) protsenti rahast kulus lasteraamatule; 3) krooni maksis pastapliiats; 4) protsenti rahast kulus pastapliiatsile.

Õpilane pidi teadma ja oskama rakendada protsendi mõistet ja sellega seotud tüüpülesandeid: osa leidmine tervikust kui osamäär on väljendatud protsentides; osamäära leidmine väljendatuna protsentides terviku ja osa suuruse järgi.

Antud ülesanne osutus ka kõige paremini lahendatuks. Valimisse kuulunud 2088 õpilase töödes oli sellele ülesandele antud 1519 korral maksimumpunktid. Ülesande keskmine punktisumma, 6,17 punkti, on kõrgeim kohustuslike ülesannete keskmisest. Hindamisjuhend kajastab täpselt iga alaülesande töömahtu ja ka seda, et tuleb osata selgitada oma lahendust.

Õpilaste enim tehtud vead

- Lahendus on kirja pandud ilma ühegi selgituseta. Lihtsalt arvutuste rida ning puudub ka vastus.
- $\frac{20\text{ ha}\cdot 55\%}{100} = 11\text{ ha}$ või $\frac{5\ ha}{20\ ha} \cdot 100 = 25\%$, st tehted nimega ja nimeta arvudega.
- Mitu % kulus pastapliiatsile? $15 \cdot 0{,}25 = 3{,}75\%$ või $100\% - 74\% = 26\%$, st õpilane ei saanud üldse aru ülesande püstitusest.
- Paljudes töödes oli jäetud lahendamata 2. ja 4. alaülesanne.
- 250 = 100%, siit 1% = 2,5 – võrdused, mis ilmselt ei kehti (vormistus).

Hindepunkte kaotasid õpilased vale vormistuse eest, st ei osanud oma mõttekäiku õigesti kirja panna, vastust esile tuua või ülesande lõppu kirjutada; vajalikke selgitusi kirjutada.

Ülesanne 3 (7p)

A: Leia võrrandi abil kaks positiivset arvu, millest üks on teisest 7 võrra suurem ja mille korrutis
on 494.
B: Leia võrrandi abil kaks positiivset arvu, millest üks on teisest 9 võrra väiksem ja mille korrutis
on 532.

Õpilane pidi teadma: positiivse arvu mõistet; mis tegevusele vastavad võrra suurem ja võrra väiksem; korrutise mõistet. Oskama rakendada eespool toodud mõisteid võrrandi koostamisel. Õpilane pidi oskama: avada sulgusid; lahendada ruutvõrrandit; eristada lahendite hulgast võõrlahendit; teostada kontrolli teksti järgi; anda vastus vastavalt esitatud küsimusele. Ülesande võis lahendada ka kahte muutujat kasutades, sel juhul tekib kahe muutujaga ruutvõrrandisüsteem.

Antud ülesande keskmine tulemus oli 4,93 punkti, mis on kohustuslikest ülesannetest madalaim tulemus. Seda peegeldab ka maksimaalse punktide arvu saanud õpilaste hulk ning ülesande eest 0 punkti saanute arv, mis on vastavalt väikseim ja suurim tulemus kohustuslike ülesannete seas.

Õpilaste enim tehtud vead

- Võrrandi koostamisel saadi $x \cdot x + 7 = 494$.
- Ruutvõrrandi lahendamisel ei teatud lahendivalemit.
- Jäeti märkimata võõrlahend.
- Vastuseks anti ka negatiivne arv.
- Vastuses anti ka kaks kümnendmurdu, mille korrutis ei vastanud tingimustele;
- Vastus anti kujul $\begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$ või $x = \cdots \quad y = \cdots$.
- Kontroll sooritati koostatud võrrandis ega kontrollitud teksti järgi või jäeti üldse kontroll tegemata.
- Lahenduseks kirjutati lihtsalt kaks arvu, mis saadi ilma võrrandit koostamata proovimise teel.

Enamus punkte kaotati kontrolli tegemata jätmise või mittesisulise kontrolli tegemise eest. Õpilased ei taha kirjutada ühtegi selgitust võrrandi koostamisele: on lihtsalt võrrand, aga puudub selgitus, kas või sellele, mis on muutuja. Vastuse kirjutamisel ei mõelda ülesandes esitatud küsimusele.

Ülesanne 4 (7p)

A: Vannitoa ristkülikukujuline põrand mõõtmetega 3,3 m ja 2,7 m on täielikult kaetud ruudu-kujuliste plaatidega, mille külje pikkus on 15 cm. Arvuta, mitu
1) plaati on põrandale pandud, kui plaatidele vahesid ei ole jäetud;
2) plaati osteti, kui põrandale pandud plaatide arv moodustas $\frac{9}{10}$ ostetud plaatide arvust.

B: Vannitoa ristkülikukujuline sein pikkusega 3,6 m ja kõrgusega 2,4 m on täielikult kaetud ristkülikukujuliste plaatidega, mille mõõtmed on 20 cm ja 30 cm. Arvuta, mitu
1) plaati on seinale pandud, kui plaatidele vahesid ei ole jäetud;
2) plaati osteti, kui seinale pandud plaatide arv moodustas $\frac{9}{10}$ ostetud plaatide arvust.

Ülesande lahendamiseks pidi õpilane teadma geomeetrilisi kujundeid ruut ja ristkülik, oskama arvutada nende pindalasid ning teisendada ühikuid. Teise alaülesande lahendamiseks pidi õpilane oskama leida tervikut, kui osa ja osamäära suurus on antud. Oluline selle ülesande juures oli oskus selgitada ja anda vastus esitatud küsimusele.

Ülesande hindepunktide keskmine on 4,98 punkti, samas on küllaltki suur erinevus variantide A ja B vahel 0,36 punkti variandi B kasuks. Tingitud on see sellest, et variandis A oli vaja tunda kaht kujundit, aga variandis B vaid üht. Maksimaalse tulemuse saavutas 962 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 224 õpilast.

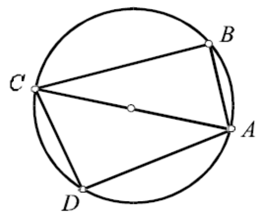
Õpilaste enim tehtud vead

- Väga palju on ühikute teisendamise vigu: $600\ cm^2 = 0{,}6m^2$; $12\ m^2 : 15\ cm = 1200cm$.
- Ristküliku pindala arvutatakse sageli valemiga: $S = a^2; S = \frac{ab}{2}; S = a \mid b; S = 2(a \mid b)$; segamini aetakse pindala ja ümbermõõdu mõiste.
- Ruudu pindalaks on ruudu külje pikkus või ümbermõõt.
- Plaatide arvu leidmisel jagatakse seina pindala plaadi serva pikkusega.
- Sageli ostetud plaatide arv osutus väiksemaks seina pandud plaatide arvust, sest ei osatud leida tervikut osa ja osamäära järgi.
- Vastuse kirjutamisel antakse vastuseks , et plaate osteti vähem kui seina pandi.

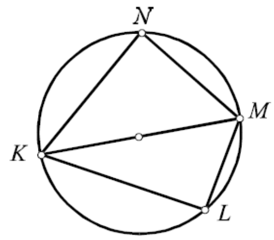
Õpilased kaotasid punkte eespool toodud juhtudel. Rohkem, kui valemi mitteteadmine, peaks murelikuks tegema see, et vastuseks kirjutatakse ostetud plaatide arv, mis on väiksem, kui seina pandud plaatide arv. Muretsema peaks ka selle pärast, et ei tehta vahet pindalal ja ümbermõõdul ning kasutatakse esimesena meenuvat valemit.

Ülesanne 5 (8p)

A: Ringi sisse on joonestatud nelinurk *ABCD*, mille diagonaal *AC* läbib ringi keskpunkti, *CD* = 9 cm, *AD* = 12 cm, *BC* = 14 cm, vt joonis.
1) Otsusta ja põhjenda, mis liiki kolmnurgad *ABC* ja *ACD* on.
2) Arvuta nelinurga *ABCD* külje *AB* ligikaudne pikkus ümardatult sajandikeni.
3) Arvuta nelinurga *ABCD* ligikaudne pindala ümardatult kümnendikeni.



B: Ringi sisse on joonestatud nelinurk *KLMN* , mille diagonaal *KM* läbib ringi keskpunkti, *KN* = 8 cm, *MN* = 6 cm, *KL* = 9 cm, vt joonis.
1) Otsusta ja põhjenda, mis liiki kolmnurgad *MNK* ja *LMK* on.
2) Arvuta nelinurga *KLMN* külje *LM* ligikaudne pikkus ümardatult sajandikeni.
3) Arvuta nelinurga *KLMN* ligikaudne pindala ümardatult kümnendikeni.



Ülesande esimese alapunkti lahendamiseks oli vaja teada Thalese teoreemi. Teise alaülesande lahendamiseks oli vaja teada ja rakendada Pythagorase teoreemi ning anda vastus etteantud täpsusega. Kolmanda alaülesande lahendamiseks pidi teadma, et täisnurkse kolmnurga pindala on kaatetite poolkorrutis ja nelinurk koosneb kahest kolmnurgast.

Ülesande keskmiseks punktisummaks oli 4,41 punkti ning ülesanne oli teisest kaheksapunktisest ülesandest (st 6. ülesandest) paremini lahendatud 0,7 punkti võrra. Ülesannet valis lahendamiseks 57% eksami sooritajatest, mis on suurim valik. Valinud õpilastest said 0 punkti 110 õpilast ja 8 punkti 142 õpilast.

Õpilaste enim tehtud vead

- Otsus , et kolmnurgad on täisnurksed, tehti, aga öeldut ei osatud põhjendada.
- Täisnurkse kolmnurga põhjendamiseks oli enamast kirjutatud: üks nurk on 90^o; üks nurk on peaaegu 90^o; nelinurk on ristkülik; sest kolmnurgal on hüpotenuus ja kaatet; ringi sees olevad kolmnurgad on alati täisnurksed.
- Rakendati valesti Pythagorase teoreemi kaateti arvutamiseks.
- Ümardamisel aeti ei tehtud vahet sajandikel, kümnendikel ja ühelistel või jäeti ümardamata.
- Nelinurka vaadeldi kui ristkülikut või trapetsit.
- Pindala arvutati sageli valemiga: S = abcd; S = a + b + c + d; $S = \frac{a+b}{2}h$; $S = \frac{p}{2}$.

Kirjeldatud vead ongi hindepunktide kaotamise põhjuseks, eriti selgitusena, et kolmnurgad on täisnurksed. Seda näitab ka 7 p saajate suur arv (199), kui maksimum oli 8p. Oskamatust selgitada, saab põhjendad, vaid liiga vähese teoreemide tõestamise ja rakendamisega õpetajate poolt. Vastavatest teemadest minnakse üle, võttes teoreemide sisu vaid teadmiseks. Õpilased ei tunne selles valdkonnas seoseid teooria ja praktika vahel.

.

Ülesanne 6 (8p)

A: Lahenda võrrand ja kontrolli selle lahendeid kirjalikult: $\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}$

B: Lahenda võrrand ja kontrolli selle lahendeid kirjalikult: $\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{4}{x^2-4}=\frac{1}{x-2}$

Ülesande lahendamine nõudis teadmisi murdvõrrandi lahendamises. Eeskätt murru nulliga võrdumise tingimuse teadmist. Lisaks sellele oskust tegurdada hulkliiget, kasutades ruutude vahe valemist, oskust leida ühine nimetaja, laiendada murrud ja koondada sarnased liikmed, aga ka lahendada ruutvõrrandit ja ellimineerida võõrlahend.

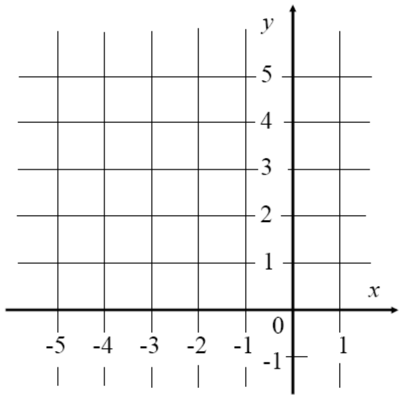
Ülesande valis lahendamiseks 50% valimisse sattunud eksaminandidest. Valikülesannetest lahendati seda ülesannet kõige halvemini, keskmine tulemus 3,71 punkti maksimaalsest 8 punktist. Koguni 200 lahendajat said ülesande eest 0 punkti. Maksimaalsed 8 punkti said 158 õpilast.

Õpilaste enim tehtud vead

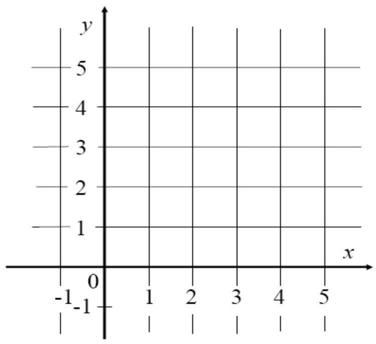
- Võrrandis on rohkem kui üks võrdusmärk.
- Võrrandi murrust vabastamisel ei kasutata nimetaja nulliga mittevõrdumise tingimust.
- Eksitakse kaksliikme ruudu valemi kasutamisel.
- Palju on eksimusi murdude laiendamisel ja sarnaste liikmete koondamisel.
- Enamikus vaadeldud töödest puudub murru nulliga võrdumise tingimus.
- Ei elimineerita võõrlahendit ja antakse ka see vastuseks.
- Kontrolli ei tehta algvõrrandi järgi.
- Kontrolli ei tehta eraldi võrrandi vasakus ja paremas pooles.
- Kontrollimisel $\frac{6}{0}=0$.

Vaadeldud töödest jääb mulje, et murdvõrrandi lahendamise põhimõtet ei tunta ning sageli antakse lahendiks ka see arv, mille korral murru nimetaja osutub nulliks. Oli palju selliseid töid, kus just seetõttu kaotati 1 punkt. Koguni 165 töös oli saadud pooled punktid, nendes töödes oli eksitud tegurdamise või / ja laiendamisega. Ei tehtud kontrolli või tehti seda valesti – põhimõtteliselt ei osata ülesannet lahendada, kuid hindamisjuhendiga antud punktijaotuse põhjal oli võimalik koguda siiski täpselt pooled punktid. Seega oli hindamisjuhend väga õpilasesõbralik.

Ülesanne 7 (11p)



A: On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 - 4x$.
1) Joonesta alljärgneva kava kohaselt joonisel antud teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:
a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;
b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;
c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid, märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.
2) Joonesta funktsiooni $y = -2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.
3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x-telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.



B: On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 + 4x$.
1) Joonesta alljärgneva kava kohaselt joonisel antud teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:
a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;
b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;
c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid, märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.
2) Joonesta funktsiooni $y = 2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.
3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x-telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.

Ülesande lahendamiseks oli vaja teada mõisteid: parabool, nullkohad, haripunkt, parabooli (sümmeetria)telg, sirge, graafikute lõikepunktid. Osata neid arvutada või leida jooniselt ja joonestada nende abil funktsioonide graafikud.

Ülesande valis 39% eksaminandidest, kelle keskmine tulemus oli 6,74 punkti, mis on 61,3% maksimaalsest punktide arvust, neist sooritas ülesande maksimumpunktidele 177, so rohkem kui viiendik valinuist ja kokku 9, 10 või 11 punkti sai ligikaudu 50% selle valiku teinud õpilastest, samas 0 punkti sai 29 õpilast so vähem kui 4% valinuist. Seega õpilased, kes valisid selle ülesande, oskasid seda teemat arendada, kuigi ülesanne oli vastupidine selle teema traditsioonilisele ülesandele.

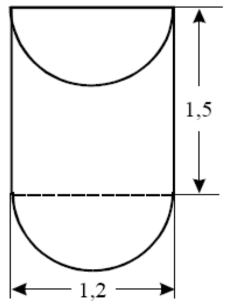
Õpilaste enim tehtud vead

- Ei järgitud ülesande teksti, vaid alustati graafiku joonestamist tabeli abil ning alapunktides nõutu loeti seejärel jooniselt.
- Funktsiooni esituseeskiri korrutati läbi -1-ga ja nii tekitati ruutfunktsioon $y = x^2 - 4x$ või $y = x^2 + 4x$.
- Nullkohtade leidmisel lahendati mittetäielikku ruutvõrrandit valesti, kasutati vääralt lahendivalemit.
- Haripunkti koordinaate ei arvutatud, vaid loeti jooniselt.

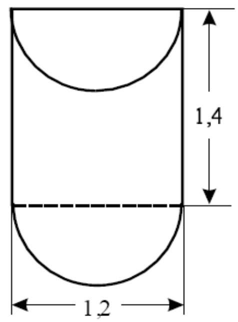
- Töökäsk nõuab haripunkti tähistamist ja selle joonisele märkimist, esimene pool sellest jäeti täitmata.
- Parabooli telje mõistet ei tunta ja paljudel joonistel telg puudub.
- Kuigi ruutliikme kordaja on negatiivne, avaneb ikkagi parabool üles, ei kontrollita oma tööd.
- Joonis tehakse oma teljestikus, sest ei mahu etteantud kohale. Jällegi põhjuseks see, et ei suudeta jälgida ülesannet ning mõelda, et kui on eraldatud selline ala, siis peab graafik sinna ka mahtuma.
- Funktsioon $y = 2x$ esitab võrdelist seost ja funktsiooni $y = 2x$ graafik peab läbima punkti (0;0), seda ei arvestata.
- Sirge joonestamiseks leitakse paljudes töödes punkte rohkem kui kaks (suurim punktide arv oli 10).
- Ei osatud määrata ülesandes nõutud kolmnurka.
- Kolmnurga pindala arvutamisel kasutati sageli valemit $S = ab$.
- Pindala ühikuks oli sageli cm^2, sest andmed mõõdeti jooniselt.

Ülesanne 8 (11p)

A: Joonisel on kujutatud poolsilindrikujuline pealt lahtine veemahuti, mille mõõtmed on antud meetrites.
1) Arvuta mahuti ruumala kuupmeetrites, ümardades vastuse sajandikeni. Mitu liitrit see on?
2) Mitu ämbritäit vett on mahutis, kui mahuti on täidetud 90% ulatuses ja ämber mahutab 9 liitrit?
3) Arvuta ja otsusta, kas 1,5 kilogrammist värvist piisab mahuti välispinna värvimiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 250 g värvi.



B: Joonisel on kujutatud poolsilindrikujuline pealt lahtine veemahuti, mille mõõtmed on antud meetrites.
1) Arvuta mahuti ruumala kuupmeetrites, ümardades vastuse sajandikeni. Mitu liitrit see on?
2) Mitu ämbritäit vett on mahutis, kui mahuti on täidetud 80% ulatuses ja ämber mahutab 8 liitrit?
3) Arvuta ja otsusta, kas 1 kilogrammist värvist piisab mahuti välispinna värvimiseks, kui igale ruutmeetrile kulub 250 g värvi.



Ülesande lahendamiseks oli vaja teada mõistet silinder ja poolsilinder. Viimane ei ole otseselt mõiste, mis oleks ainekavaga määratud, kuid valikülesande puhul on oluline oskus keha ette kujutada, kui joonis on ette antud. Oli vaja leida keha ruumala ning pindala, viimase jaoks oli oluline keha pinnalaotuse tundmine. Ülesande lahendamiseks oli vaja osata teisendada ühikuid, leida osa tervikust osamäära protsendi järgi ning osata hinnata arvutuste põhjal vajalikku värvikogust.

Ülesande keskmine saavutatud punktisumma oli 7,09 punkti maksimaalsest 11 punktist, mis on 64,5% maksimumist. Maksimaalse tulemuse sai 90 õpilast ning ühtegi punkti ei saanud 34 õpilast, mis on umbes 4% ülesande valinuist. Õpilastest 40% saavutasid tulemuse 9 – 11 punkti, mis on küllaltki hea näitaja, kuigi nõrgem kui ülesande 7 puhul.

Õpilaste enim tehtud vead

- Ei suudetud aru saada poolsilindri mõistest ega pinnalaotusest.
- Jooniselt nähti silindrit, millel on põhjaks poolkera, sest joonis oli segadust tekitav.
- Ruumala arvutamisel unustati silindri ruumala kahega jagamata.
- Silindri ruumala jagati kolmega, vaadeldi keha kui koonust.
- Ruumala asemel arvutati silindri täispindala.
- Ruumalaühikute teisendamisel eksiti, näiteks $0{,}79\ m^3 = 79\ l$.
- Unustati vastus ümardamata.
- Ruumala leidmisel arvutati eraldi põhja pindala ja kohe ümardati, muutus lõppvastuse täpsus.
- Värvitava pinna pindala arvutamisel leiti: silindri täispindala; pool silindri täispindalast; pool silindri põhja pindala ja külgpindala summast.
- Värvitava osa pindala arvutamisel ei arvestatud ristkülikukujulise tagaseina olemasolu.
- Otsustust, kas värvi piisab, ei osatud teha.