RIIKLIK EKSAMI- JA KVALIFIKATSIOONIKESKUS

# matemaatika eksamid

2006

**MATEMAATIKA RIIGIEKSAM 2006**

Koostaja Kairi Kasemets
Toimetaja Ene Sepp

## 1. Eksami eesmärk

Matemaatika riigieksami eesmärgid haridusministri 10.01.2002 määruse nr 75 "Põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite korraldamise ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpetamise tingimused ja kord" järgi on:

1) hinnata riiklikus õppekavas määratud õpitulemuste saavutatust eksamiaines;
2) suunata eksami sisu ja vormi kaudu õpet;
3) siduda järjestikuseid haridusastmeid ja -tasemeid.

Gümnaasiumi riigieksamid võimaldavad lisaks:

1) õpilastel saada objektiivsema ettekujutuse oma õpitulemustest ja koolil ennast hinnata;
2) kooli pidajal, Haridus- ja Teadusministeeriumil, lastevanematel ja teistel saada tagasisidet õppimise ning õpetamise tulemuslikkuse kohta koolis;
3) võrrelda gümnaasiumilõpetajate eksamitulemusi;
4) ühitada gümnaasiumi lõpueksamid kutseõppeasutuse, rakenduskõrgkooli ja ülikooli sisseastumiseksamitega.

## 2. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI PÕHIANDMED

### 2.1. Eksamitöö põhiandmed

2006. aastal tehti kaks matemaatika riigieksamit: 2. mail kõigile, kes eksamit teha soovisid, ning 22. mail lisaeksam neile, kes ei saanud põhieksamis mõjuvatel põhjustel osaleda.

Mõlemad 2006. aasta matemaatika riigieksamid olid kaheosalised ja kirjalikud. Eksami mõlema osa kestus oli 120 minutit ning vaheaeg kahe osa vahel oli 45 minutit. Eksamivariante koostades lähtuti Vabariigi Valitsuse 25.01.2002 määrusega nr 56 kinnitatud "Põhikooli ja gümnaasiumi riikliku õppekava" õppesisust ja õpitulemustest. Teooriaküsimusi eksamitöös iseseisvate üleannetena ei esitatud. Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed olid ülesannete tekstides antud. Valemeid pidi eksaminand teadma peast; teatmikke, käsiraamatuid ega muud abimaterjali eksamil kasutada ei tohtinud, kasutada võis ilma tekstimäluta kalkulaatorit. Kui kalkulaatoril olid klahvid, mis võimaldasid mahukaid arvutusi teha valemeid kasutamata, tuli vastavad valemid eksamitöösse kirjutada.

I osa sisaldas 7 ülesannet (ülesanded 1–7), II osa 4 ülesannet (ülesanded 8–11).
Eksaminand pidi lahendama kõik esimese osa ülesanded, teise osa ülesannetest 8. ja 9. ning omal valikul veel kas 10. või 11. ülesande.
Igas eksamitöös hinnati seega maksimaalselt 10 ülesande lahendusi. Üks õigesti lahendatud ülesanne andis kas 5, 10, 15 või 20 punkti (tabel 1).

Tabel 1. Võimalikud punktid ülesannete lahendamise eest

| | I osa | | | | | | | II osa | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ülesande järjenumber** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| **Maksimaalne hindepunktide arv** | 5 | 5 | 5 | 5 | 10 | 10 | 10 | 15 | 15 | 20 | 20 |

Tabelist 1 nähtub, et eksamitöö kummastki osast võis eksaminand saada maksimaalselt 50 hindepunkti ning kogu töö eest 100 hindepunkti.

**2.2. Gümnaasiumi 2. mai riigieksami variantide analüüs**

Analüüsime eksamivariante ainekursuste (teemad 1...8), klasside (10., 11. ja 12. klass), omandamistasemete (õpitulemused 1...7), hindepunktide (0...100) ja ülesannete (1...11) kaupa. Traditsiooniliselt jagunevad ainekava teemad (kursused) klassiti järgmiselt:

**10. klass**

1. Reaalarvud, võrrandid ja võrratused
2. Trigonomeetria
3. Vektor tasandil. Joone võrrandid

**11. klass**

4. Jada. Funktsioonid
5. Funktsioonid II
6. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis

**12. klass**

7. Tõenäosusteooria ja kirjeldav statistika
8. Stereomeetria. Vektor ruumis
9. Kordamine

Tabelis 2 on esitatud kogu eksamivariandi (11 ülesannet) hindepunktide (120 punkti) jaotus teemati ülesannete kaupa.

Tabel 2. Punktide jaotus teemati ülesannee kaupa

| **Osa** | **Ülesanne** | **Punkte** | **Teema** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| I | 1. | 5 | 5 | | | | | | | |
| | 2. | 5 | | | | | | | 5 | |
| | 3. | 5 | | 2 | 2 | | 1 | | | |
| | 4. | 5 | 4 | 1 | | | | | | |
| | 5. | 10 | | | | 6 | | 4 | | |
| | 6. | 10 | | | | 4 | | 6 | | |
| | 7. | 10 | 2 | 8 | | | | | | |
| II | 8. | 15 | 1 | | 14 | | | | | |
| | 9. | 15 | | | 5 | 2 | 3 | 5 | | |
| | 10 | 20 | 5 | 8 | | | 7 | | | |
| | 11. | 20 | 2 | | | | | | | 18 |
| | **Kokku** | 120 | 19 | 19 | 21 | 12 | 11 | 15 | 5 | 18 |

Eksaminand pidi lahendama esimesed 9 ülesannet ja omal valikul kas 10. või 11. ülesande. Valikust sõltuvalt jagunevad ka maksimaalselt võimalikud 100 punkti erinevalt. Olgu valik A ülesanded 1–10 ning valik B ülesanded 1–9 ja 11. Tabelis 3 on esitatud 10 eksamiülesande valiku alusel hindepunktide jaotus teemati.

Tabel 3. Kümne eksamiülesande valiku alusel hindepunktide jaotus teemati

| **Valik** | **Punkte** | **Teema** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **A** | 100 | 17 | 19 | 21 | 12 | 11 | 15 | 5 | - |
| **B** | 100 | 14 | 11 | 21 | 12 | 4 | 15 | 5 | 18 |

Valik A paneb rõhu matemaatilise analüüsi elementidele ja valik B stereomeetriale. Esimene valik eelistab õpilasi, kellel on tugevam analüütiline mõtlemislaad, ning teine neid, kellel on tugevam kujundiline mõtlemislaad. Tabelis 4 on võrreldud teemade jaotumist viimaste aastate eksamivariantides. Teemade osakaalud on antud kõikide ülesannete alusel.

Tabel 4. Teemade jaotumine 2004.–2006. aasta eksamivariantides

| **Aasta** | **Teema** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **2004** | 11,7 | 7,5 | 18,3 | 10 | 5,9 | 20,8 | 8,3 | 17,5 |
| **2005** | 30,8 | 6,7 | 12,5 | 2,5 | 10 | 12,5 | 5 | 20 |
| **2006** | 15,8 | 15.8 | 17,5 | 10 | 9,2 | 12,5 | 4,2 | 15 |

Tabeli 4 põhjal saab väita, et erinevate teemade osakaalud on olnud aastati erinevad. Teema 2 (trigonomeetria) osa on 2006. aastal oluliselt suurenenud, stereomeetria osakaal aga vähenenud. Vaieldavaks jääb mõningate ülesannete kuulumine erinevate teemade alla, nt valikülesandes 10 jada ja planimeetria osa suhe.
Võrreldes 2006. aasta riigieksamit varasemate aastate riigieksamitega on näha, et tervikuna on suurenenud 10. klassi teemade osakaal ning vähenenud 11. klassi teemade osa.

Viimasena analüüsime hindepunktide jaotust eksamivariandis õpitulemuste kaupa. Õpitulemustes eristatakse 7 aspekti, neist õpitulemused 1 ja 2 vastavad äratundmise, arusaamise ning mõistmise tasandile:

1) õpilane teab gümnaasiumi ainekavaga määratud mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
2) õpilane saab aru matemaatika ainekavaga määratud mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest ning oskab neid kasutada.

Rakendamisoskuse tasandile vastavad:

1) õpilane saab probleemist aru;
2) õpilane oskab infot tõlgendada (teha kujundite ja kehade jooniseid, joonistada ning lugeda funktsioonide graafikuid);
3) õpilane oskab valida lahendamisstrateegiat;
4) õpilane oskab andmeid töödelda (teha nõutavaid arvutusi, hinnata tulemusi);
5) õpilane oskab infot esitada ja lahenduskäiku selgitada (põhjendada) ning annab korrektse vastuse.

Vastavate hinnangute põhjendamine (mis on küllalt subjektiivne) on ära toodud ülesannete kaupa. Seega jaotame iga ülesande hindepunktid selle järgi, kuivõrd hindamisjuhendist selgub, millisele aine omandamise tasemele need punktid vastavad. Hindepunktide jaotus eksamivariantides õpitulemuste ja ainekava teemade kaupa on näha tabelis 5.

Tabel 5. Hindepunktide jaotus eksamivariantides õpitulemuste ja ainekava teemade kaupa

| Ülesanne<br><br>Tase | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | Hindepunkte kokku |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Teadmine** | 5 | 4 | 3 | 2 | | | 2 | 2 | 1 | | | 19 |
| **Mõistmine** | | 1 | 1 | 2 | 7 | 3 | 3 | 5 | 3 | 2 | 5 | 32 |
| **Arusaamine** | | | 1 | 1 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 11 | 9 | 39 |
| **Rakendamine** | | | | | | 3 | 2 | 4 | 8 | 7 | 6 | 30 |

**Ülesanne 1.** Arvutamisülesanne, kus on vaja kasutada mõningaid valemeid – teadmise tase.
**Ülesanne 2.** Tõenäosuse mõiste teadmine ja liitsündmuse struktuuri mõistmine ning nende arvutamine. Seega vastab ülesanne teadmise ja mõistmise tasemele.
**Ülesanne 3.** Sobiva trigonomeetrilise funktsiooni tundmine –teadmise tase. Nurga arvutamine – mõistmise ja arusaamise tase.
**Ülesanne 4.** Trigonomeetrilise funktsiooni teadmine. Võrratuste kasutamine. Ülesanne vastab teadmise, mõistmise ja arusaamise tasemele.
**Ülesanne 5.** Tüüpülesanne, vastab mõistmise ja arusaamise tasemele. Arusaamine väljendub graafikute joonestamises ja ühise kasvamisvahemiku leidmises.
**Ülesanne 6.** See ei ole tüüpülesanne, õpilane rakendab oma teadmisi uudses olukorras. Ülesanne kontrollib arusaamise ja rakendamise taset.
**Ülesanne 7.** Rakendusülesanne, mis kontrollib mõistmise ja arusaamise taset.
**Ülesanne 8.** Tüüpülesanne, mis kontrollib erinevate mõistete ning seoste teadmist ja kasutamist – teadmise, mõistmise, arusaamise ja rakendamise tase.
**Ülesanne 9.** Ülesande lahendamine eeldab teadmise ja mõistmise, arusaamise ning rakendamise taset.
**Ülesanne 10.** Rakendusülesanne, vajab lahendamiseks mõistmise, arusaamise ning rakenduse taset.
**Ülesanne 11.** Stereomeetriaülesanne eeldab ruumilist mõtlemist, vastab arusaamise ja rakendamise tasemele.

Tabel 6 esitab kokkuvõtte erinevate valikute ja osade kaupa. Vastavad suhtarvud näitavad, kui suur osa kogu eksamitööst kontrollib aine omandatust vastavatel tasemetel.

Tabel 6. Kokkuvõtte erinevate valikute ja osade kaupa

| | Teadmine | Mõistmine | Arusaamine | Rakendamine |
|---|---|---|---|---|
| **Kogu töö ulatuses** | 16% | 27% | 32% | 25% |
| **Valik A** | 19% | 27% | 30% | 24% |
| **Valik B** | 19% | 30% | 28% | 23% |
| **Töö I osa** | 32% | 34% | 24% | 10% |
| **Töö II osa Valik A** | 6% | 20% | 36% | 38% |
| **Töö II osa Valik B** | 6% | 26% | 32% | 36% |

Viimasest tabelist järeldub, et eksamitöö kontrollis aine omandamist teadmiste tasemel 16% ulatuses, mõistmise tasemel 27% ulatuses, 32% eksamist vastas arusaamise tasemele ning veerand ülesannetest nõudis rakendusoskuse taset.
Tavaliselt on kõige probleemsemad rakendusoskuse taset nõudvad ülesanded, ent 59% teadmistest tuli esitada mõistmise ja arusaamise tasemel. Seega pidanuks eksamiülesanded olema jõukohased enamikule õpilastest.

Võrdleme saadud tulemusi 2005. ja 2004. aasta eksamitööde hinnangutega. Vastavad hinnangud on 2004. aastal jaotatud kahe tasandi vahel. Need tasandid on äratundmine, memoreerimine ja arusaamine (I tasand) ning rakendamine (II tasand). 2005. aasta eksamianalüüsis kasutati samuti teadmise ja mõistmise ning arusaamise ja rakendamise taset.

Tabel 7. Eksamitööde hinnangute tasandid aastail 2004–2006

| | | **2004** | **2005** | **2006** |
|---|---|---|---|---|
| **Töö I osa** | **I tase** | 54% | 68% | 66% |
| | **II tase** | 46% | 32% | 34% |
| | | | | |
| **Töö II osa** | **I tase** | 48% | 28% | 26% |
| **Valik A** | **II tase** | 52% | 72% | 74% |
| | | | | |
| **Töö II osa** | **I tase** | 46% | 28% | 32% |
| **Valik B** | **II tase** | 54% | 72% | 68% |

Nagu näha, sarnaneb 2006. aasta eksam 2005. aasta eksamiga. Mõlemal aastal on esimeses osas I tasemele vastavaid ülesandeid rohkem kui II taseme ülesandeid. Töö teine osa on koostatud vastupidi, sisaldades rohkem II taseme ülesandeid. 2004. aasta eksamiülesannetes on mõlema taseme ülesandeid üsna võrdselt.

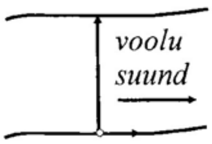
### 2.3. Eksamitöö hindamine

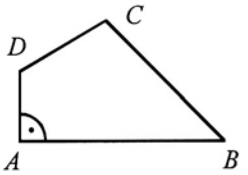
Matemaatika riigieksami töid hinnates lähtuti järgmistest kriteeriumidest: kas eksaminand:

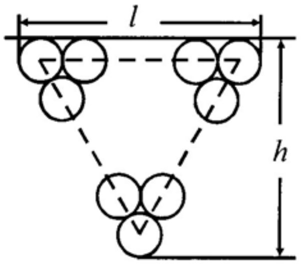
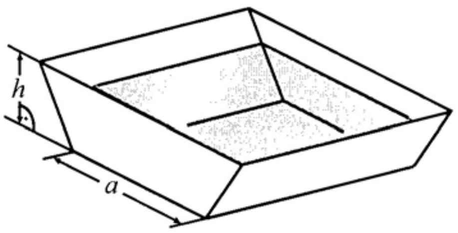
1) teab keskkooli matemaatika kursuses käsitletavaid mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
2) saab matemaatika mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest aru, oskab neid kasutada;
3) saab probleemist (ülesandest) aru;
4) oskab teha ülesandes nõutud arvutusi, kasutada arvutusvahendeid ning hinnata arvutustulemusi;
5) oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada);
6) oskab teha tasandiliste kujundite ja ruumiliste kehade jooniseid, joonestada funktsioonide graafikuid ning neid lugeda;
7) vastab küsimustele korrektselt.

Eksamitöid hinnati ülesannete kaupa. Hindepunktide jaotust näitab tabel 8. Et eksamivariandid teineteisest põhimõtteliselt ei erinenud, siis on II variandi hindamisjuhend sama ja seda ei ole siin põhjust anda.

Tabel 8. Hindepunktide jaotus

| Ülesanne | Hindamine hindepunktides | |
|---|---|---|
| **1.** Antud on avaldis<br>$\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-2}}\cdot\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$, kus<br>$a>b>0$.<br>1. Lihtsustage see avaldis.<br>2. Arvutage avaldise väärtus, kui $a=2^{\circ}$ ja $b=3^{-2}$. | Avaldise vabastamine negatiivsest astmest<br>Tehted sulgudes<br>Korrutamine<br>Arvutamine | 1<br>1<br>1<br>2 |
| **2.** Katseks vajalik kemikaal on ampullides kahes karbis. Ühes karbis on 16 ampulli, millest 2 on aegunud sisuga, ja teises karbis on 19 ampulli, millest 4 on aegunud sisuga. Õpilane võtab juhuslikust karbist juhusliku ampulli. Leidke tõenäosus, et õpilane võtab<br>1) ampulli karbist, milles on aegunud sisuga ampulle vähem;<br>2) aegumata sisuga ampulli. | Lihtsündmuse tõenäosuse leidmine<br>Liitsündmuse struktuuri mõistmine<br>Tõenäosuste liitmise ja korrutamise lausete rakendamine ning arvutamine | 1<br>2<br>2 |
| **3.** Tüdruk tahab ujuda üle jõe, mille voolu kiirus on 0,3 m/s. Seisvas vees suudab ta ujuda kiirusega 1,5 m/s. Millise nurga all kalda suhtes peab ta tegelikult ujuma, et jõuda vastaskaldale otse selle koha vastas, kus ta vette läks?<br> | Probleemi mõistmine, joonise täiendamine<br>Õige trigonomeetrilise funktsiooni kasutamine<br>Nurga arvutamine | 2<br>1<br>2 |
| **4.** Leidke suuruse *a* väärtused, mille korral võrrandil $\cos x=5a-2$ leidub lahend, mis kuulub lõiku $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. | Probleemi mõistmine<br>Õigete võrratuste väljakirjutamine<br>Võrratusesüsteemi lahendamine | 1<br>2<br>2 |
| **5.** Antud on funktsioonid<br>$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x\,3$ ja $g(x)=-x+1$.<br>1. Leidke funktsiooni $y=f(x)$ nullkohad ning maksimum ja miinimum.<br>2. Skitseerige ühes ja samas koordinaatteljestikus funktsioonide $y=f(x)$ ja $y=g(x)$ graafikud lõigul $[-3;3]$.<br>3. Kirjutage joonise põhjal välja antud funktsioonide ühine kahanemisvahemik. | Nullkohtade leidmine<br>Funktsiooni tuletise leidmine<br>Maksimum- ja miinimumkoha olemasolu tingimuste teadmine ning rakendamine<br>Maksimum- ja miinimumpunkti ordinaatide leidmine<br>Funktsioonide $y=f(x)$ ja $y=g(x)$ graafiku joonestamine<br>Ühine kasvamisvahemik | 2<br>1<br>3<br>1<br>2<br>1 |

| | |
|---|---|
| **6.** Firma kulutab *x* tooteühiku (näiteks teleri) valmistamiseks $y = x^3 + 2000x + 40000$ krooni. Firma müüb oma toodangut hinnaga 9500 kr tükk.<br>1. Arvutage kasum, mille firma saab 10 toote valmistamisest ja müügist.<br>2. Mitu toodet peab firma valmistama ja müüma, et saadav kasum oleks maksimaalne? | Probleemi mõistmine 1<br>Kasumi arvutamine 2<br>Kasumifunktsiooni moodustamine 3<br>Kasumifunktsiooni tuletise leidmine 1<br>Kasumifunktsiooni maksimumkoha leidmine 3 |
| **7.** Üleujutuse ajal jäid jõeäärsed viljapõllud vee alla ja saak hävis. Kindlustusfirma maksis omanikule kahjutasu 10 000 kr hektari kohta. Kui palju sai omanik kahjutasu, kui tema põld on nelinurk, mille kaks ristuvat külge (vt joonist)<br><br>on pikkusega 0,5 km ja 1,5 km ning lühema külje juures olev sisenurk on 45° ja pikema külje juures asetsev sisenurk on 45°. Vastus andke täpsusega $10^3$ krooni. | Probleemi mõistmine 2<br>Joonise täiendamine 2<br>Nelinurga osade ja nelinurga pindalade arvutamine 4<br>Ühikute teisendamine 1<br>Kahjutasu arvutamine 1 |
| **8.** Võrdhaarse kolmnurga haarad asetsevad sirgetel $2x + 3y - 12 = 0$ ja $3x + 2y - 12 = 0$. Aluse keskpunkt on $K(-0,6;5,4)$. Tehke joonis ja leidke<br>1) kolmnurga haarade lõikepunkti koordinaadid;<br>2) võrrand sirgele, millel asetseb kolmnurga alus;<br>3) kolmnurga kõrguse täpne pikkus. | Idee moodustada võrrandisüsteem 1<br>Võrrandisüsteemi lahendamine ja tipu koordinaatide leidmine 3<br>Joonis 2<br>Idee otsitava sirge võrrandi leidmiseks 2<br>Sirge võrrandi vajaliku kuju teadmine 1<br>Sirge võrrandi koostamine 4<br>Kahe punkti vahelise kauguse arvutamine 2 |
| **9.** On antud funktsioonid $y = f(x)$ ja $y = g(x)$, kus $f(x) = \ln(4x)$ ja $g(x) = -\ln x$.<br>1. Arvutage antud funktsioonide graafikute lõikepunkti koordinaadid.<br>2. Avaldage $f(x)$ summana.<br>3. Koostage võrrand kummagi funktsiooni graafiku puutujale graafikute lõikepunktis.<br>4. Joonestage ühes ja samas teljestikus mõlema funktsiooni graafikud ning punktis 3 leitud puutujad. | Määramispiirkonna leidmine 1<br>Graafikute lõikepunkti<br>• abstsissi leidmine 3<br>• ordinaadi leidmine 1<br>$f(x)$ avaldmine summana 1<br>Puutuja võrrandi teadmine 1<br>Puutuja tõusude arvutamine 2<br>Puutuja võrrandite koostamine 2<br>Graafikute joonistamine 5 |

| | |
|---|---|
| **10.** Kaablitrassi torude ristlõige on ring diameetriga *d*.<br>Torud on laotud harkide vahele, nii et esimeses kihis on üks toru<br>ja iga järgmise kihi kaks toru puudutavad eelmise kihi ühte toru (vt joonist).<br><br>Kõige ülemises kihis on *m* toru.<br>1. Avaldage<br>a) ülemise kihi laius *l*;<br>b) torude virna kõrgus *h*;<br>c) torude arv virnas.<br>2. Arvutage torude virna kõrgus, kui toru ristlõike raadius on 6 cm ja kõige ülemises kihis on 21 toru. | Probleemi mõistmine 2<br>Suuruse *l* avaldamine 2<br>Kihtide arvu leidmine 1<br>Idee leida virna kõrgus *h* 2<br>Kolmnurga külje ja kõrguse leidmine 4<br>Virna kõrguse avaldamine 1<br>Mõistmine, et torude arv kihtides moodustab aritmeetilise jada 3<br>Aritmeetilise jada esimese *n* liikme summa valemi teadmine 1<br>Torude arvu leidmine 1<br>Etteantud andmete põhjal virna kõrguse leidmine 3 |
| **11.** Küna<br><br>(vt joonist) otsad on võrdhaarsed trapetsid, mis on põhjaga risti ja mille üks alus on teisest 30% võrra pikem. Küna külgseinad ja põhi on ristkülikud, põhja laius on *a*. Küna sügavus on *h* ja vee sügavus künas on 0,5 *h*. Küna kallutatakse ühele külgseinale, kuni vastasküljsein väljub täielikult veest. Tehke kindlaks, kas osa veest voolab seejuures üle küna ääre. | Küna vaatlemine trapetsikujulise põhjaga püstprismana 2<br>Idee võrrelda kahe prisma ruumala ja oskus need prismad õigesti määratleda 6<br>Algul veega täidetud prisma osa ruumala avaldamine 6<br>Pärast küna kallutamise veega täidetud prisma osa ruumala arvutamine 4<br>Ruumalade võrdlemine ja õige järeldus 2 |

## 3. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI TULEMUSTE STATISTILINE ANALÜÜS

### 3.1. Terviktöö tulemused

Matemaatika riigieksamile registreerus 6910 eksaminandi, nendest ei ilmunud eksamile 565. Kokku hinnati Riiklikus Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskuses 2006. aastal 6289 matemaatika riigieksamitööd, millest 6243 tööd olid kirjutatud 2. mail ja 46 tööd 22. mail.
Eksamitulemuste aritmeetiline keskmine oli 50,65 hindepunkti võimalikust 100 punktist. Eksami sooritatus on 50,65%, standardhälve 23,35.

Võrdluseks: 2005. aasta eksami keskmine tulemus oli 52,03 hindepunkti ning 2004. aastal 56,20 võimalikust 100 hindepunktist.

2006. aastal matemaatika riigieksamil osalenud abiturientide, varem lõpetanute, meeste ja naiste, eesti või vene keeles kirjutanute arvud on antud tabelis 9.

Tabel 9. Ülevaade 2006. aasta riigieksami kirjutajaist

| Aasta | Abituriendid | Varem lõpetanud | Eesti keel | Vene keel | Muu keel | Naine | Mees |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2006 | 6069 | 220 | 4651 | 1633 | 5 | 3144 | 3145 |

Tabelite 9 ja 10 põhjal on näha, et varasemate aastatega võrreldes on vähenenud matemaatika riigieksami sooritajate arv, kuid varem lõpetanute arv on tõusuteel.

Tabel 10. Ülevaade 2004. ja 2005. aasta riigieksami kirjutajaist

| Aasta | Abituriendid | Varem lõpetanud |
|---|---|---|
| 2004 | 6894 | 313 |
| 2005 | 6934 | 193 |

Haridusministri 04.02.2002 määruses nr 18 "Õpitulemuste välishindamise põhimõtted, riigieksamitööde, põhikooli lõpueksamitööde ja üleriigiliste tasemetööde koostamise, hindamise ja tulemuste analüüsi alused" on sätestatud, et koolid jaotatakse riigieksamite tulemusi avalikustades järgmistesse rühmadesse:
1) teeninduspiirkonnaga koolid:
a) suurlinnad Tallinn, Tartu, Pärnu, Narva, Kohtla-Järve;
b) maakonnalinnad;
c) väikelinnad ja vallad;
2) teeninduspiirkonnata koolid (vt Haridusministeeriumi Teataja 1999, nr 15).
Tuues eraldi välja veel kutseõppeasutused ja õhtukoolid ning lähtudes ülalnimetatud rühmadest, jaotusid üldtulemused nii, nagu on näidatud tabelis 11.

Tabel 11. Riigieksami üldtulemused koolide asukoha järgi

| Kooli asukoht | Vastajate arv | Min | Max | Ulatus | Keskmine | Standard-hälve |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Teenidndus-piirkonnata koolid | 895 | 3 | 100 | 97 | 63,71 | 23,69 |
| Maakonnakeskus | 1066 | 2 | 100 | 98 | 53,25 | 21,30 |
| Suurlinn | 2520 | 0 | 100 | 100 | 50,82 | 21,87 |
| Vald, väikelinn | 1404 | 0 | 100 | 100 | 49,21 | 20,64 |
| Kutseõppe-asutused | 273 | 0 | 93 | 93 | 17,04 | 14,67 |
| Täiskasvanute gümnaasiumid | 142 | 0 | 99 | 99 | 29,20 | 17,48 |

Teeninduspiirkonnata koolide õpilaste keskmine tulemus on vähemalt 10 punkti võrra parem teiste koolide keskmisest. Maakonnakeskuste koolidel on paremad tulemused võrreldes suurlinnakoolidega, keskmiste vahe on ümmarguselt kolm hindepunkti. Kõige nõrgemad tulemused on kutseõppeasutustel, mis jäävad parimatele alla neli korda.

Võrdleme eksami üldtulemusi seotuna koolitüübiga (tabel 12).

Tabel 12. Eksamitulemused koolitüübi järgi

| Kooli tüüp | Vastajate arv | Min | Max | Ulatus | Keskmine | Standard-hälve |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gümnaasium | 5809 | 0 | 100 | 100 | 53,04 | 22,21 |
| Kutseõppeasutus | 273 | 0 | 93 | 93 | 17,04 | 14,67 |
| Täiskasvanute gümnaasium | 142 | 0 | 99 | 99 | 29,53 | 17,39 |
| Virtuaalkool | 78 | 0 | 97 | 97 | 36,85 | 23,55 |

Gümnaasiumilõpetajate keskmine tulemus ületab kutseõppeasutuse õpilaste teadmisi peagu kolm korda.

Tabel 13 annab ülevaate eksamitulemuste jagunemisest eksaminandide soost lähtuvalt.

Tabel 13. Eksamitulemused sooti

| Sugu | Vastajate arv | Min | Max | Ulatus | Keskmine | Standard-hälve |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Naine | 3167 | 1 | 100 | 99 | 51,37 | 21,40 |
| Mees | 3178 | 0 | 100 | 100 | 50,00 | 25,20 |

Tütarlaste teadmised on noormeeste omadest keskmiselt 1,37 punkti paremad. Sama tendents on olnud ka varasematel aastatel, kuigi suurema vahega (2005. a oli erinevus 4,5 punkti).

### 3.2. Tulemused osade ja variantide kaupa

Esitame eksamitulemused nüüd eksamiosade kaupa.

Tabel 14. Tulemused eksamiosade järgi

| Osa ja variant | Keskmine tulemus | Mediaan | Standardhälve |
|---|---|---|---|
| I osa<br>I variant | 28,90 | 29,00 | 11,25 |
| I osa<br>II variant | 29,43 | 30,00 | 11,33 |
| II osa<br>I variant | 22,14 | 21,00 | 12,82 |
| II osa<br>II variant | 21,12 | 19,00 | 13,29 |

Tabelist 14 on näha, et esimese osa II variant on kergem I variandist, samal ajal on teises osas olukord vastupidine. Kokkuvõttes on eksamitööde variandid sama tasemega.

Tabelis 15 on esitatud tööde tulemused sõltuvalt kooli õppekeelest.

Tabel 15. Tööde tulemused õppekeele järgi

| Õppekeel | Keskmine | Mediaan | Standardhälve |
|---|---|---|---|
| Eesti | 51,35 | 50,00 | 23,39 |
| Vene | 49,01 | 48,00 | 23,09 |
| Muu | 27,00 | 23,00 | 8,22 |

Eesti koolide õpilaste keskmine hindepunktide summa on 2 punkti võrra suurem vene õppekeelega koolide omast.

Vaatame tulemusi ülesannete kaupa, kõigepealt esimese osa ülesandeid (tabel 16).

Tabel 16. Eksamitulemused esimese osa I ja II variandi ülesannete kaupa

| | **1. ül** | | **2. ül** | | **3. ül** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** |
| Lahendajate arv | 3176 | 3111 | 3176 | 3111 | 3176 | 3111 |
| Keskmine tulemus | 4,22 | 4,17 | 2,24 | 2,24 | 2,18 | 2,55 |
| Mediaan | 5,00 | 5,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 |
| Standardhälve | 1,22 | 1,27 | 1,38 | 1,30 | 1,99 | 2,19 |
| Minimaalne tulemus | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Maksimaalne tulemus | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

| | **4. ül** | | **5. ül** | | **6. ül** | | **7. ül** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** |
| Lahendajate arv | 3176 | 3111 | 3176 | 3111 | 3176 | 3111 | 3176 | 3111 |
| Keskmine tulemus | 2,32 | 2,44 | 7,74 | 7,67 | 4,80 | 5,02 | 5,40 | 5,33 |
| Mediaan | 2,00 | 2,00 | 9,00 | 9,00 | 4,00 | 4,00 | 6,00 | 6,00 |
| Standardhälve | 1,95 | 1,95 | 2,94 | 2,97 | 3,60 | 3,52 | 2,81 | 2,91 |
| Minimaalne tulemus | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Maksimaalne tulemus | 5 | 5 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

Tabelist on näha, et enim valmistasid raskusi 2., 4. ja 6. ülesanne (mediaanid vastavalt 2, 2 ja 4); lihtsad olid 1. ja 5. ülesanne (mediaanid 5 ja 9).
Keskmised tulemused on peaaegu ühesugused (suurim erinevus on 3. ülesandes, vahe on 0,37 punkti). Seega olid eksamitöö erinevad variandid sama raskusastmega.

Võrdleme teise osa üksikuid ülesandeid.

Tabel 17. Eksamitulemused teise osa I ja II variandi ülesannete kaupa

| | **8. ül** | | **9. ül** | | **10. ül** | | **11. ül** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** | **I v** | **II v** |
| Lahendajate arv | 3139 | 3110 | 3139 | 3110 | 2200 | 1652 | 807 | 1260 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Keskmine tulemus | 8,52 | 8,64 | 7,14 | 6,55 | 7,51 | 7,15 | 4,73 | 5,27 |
| Mediaan | 8,00 | 9,00 | 8,00 | 5,00 | 6,00 | 6,00 | 1 | 2,00 |
| Standardhälve | 4,58 | 4,53 | 4,97 | 5,42 | 5,71 | 5,70 | 6,59 | 6,76 |
| Minimaalne tulemus | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Maksimaalne tulemus | 15 | 15 | 15 | 15 | 20 | 20 | 20 | 20 |

Ülesanded 10 ja 11 on valikülesanded. Ülekaalukalt eelistati 10. ülesannet. Raskeimaks osutuski 11. ülesanne (mediaan 1 või 2 vastavalt variandile).

Eksamitöö esimese osa üksikülesannete analüüsist järeldub, et eksaminandid oskavad hästi lahendada tüüpülesandeid (algebraliste avaldiste lihtsustamine, funktsioonide uurimine, teavad klassikalist tõenäosust). Probleeme tekitavad tavatu sõnastusega ning rakendusoskuse tasemega ülesanded (nt ülesanne 2 või ülesanne 6). Töö teise osa ülesannetes oli suurem rõhk rakendustasemega ülesannetel. Probleemsemateks osutusid valikülesanded 10 ja 11. Raskusi tekitas ka 9. ülesandes eksponent- ja logaritmfunktsioonidega opereerimine.

### 3.3. Sagedasemad vead ülesannete kaupa

Analüüsi koostamise ajal oli võimalus tutvuda eksamitööde valimiga (321 tööd), millest 1/3 oli hinnatud 20–40 punktiga, kolmandik keskmise punktisummaga ja ülejäänud valim esitas töid tulemusega 90–100 punkti.
Et eksamitööde I ja II variant on sisult sarnased, siis esinesid vastavate ülesannete lahendamisel samatüübilised vead (I variandi ülesanded on esitatud tabelis 8).

Ülesanne 1
Astendades ei arvestatud negatiivset astet; lihtsustades ei peetud silmas tehete järjekorda; taandati valesti (nt $2ab/b=ab$); murde lahutades ei osatud leida ühist nimetajat.

Ülesanne 2
Ei osatud oma tulemust kriitiliselt hinnata (nt leitud tõenäosus on suurem kui 1); ülesande teises pooles ei arvestatud karbi (riiuli) valikut; lubamatud eksimused arvutamises (nt murde liites liidetakse omavahel murdude lugejad ning nimetajad).

Ülesanne 3
Eksiti küsitud nurka arvutades; valiti lahendamiseks vale trigonomeetriline funktsioon; kasutati lahendamiseks vektorite liitmist ja lahutamist ning vastuseks esitati vektor.

Ülesanne 4
Ei teatud trigonomeetriliste funktsioonide $y=\cos x$ ja $y=\sin x$ määramis- ja muutumispiirkondi; eksiti võrratusi kirjutades; leiti suuruse $a$ väärtus lõigu ühes otspunktis.

Ülesanne 5
Kuupfunktsiooni nullkohti leides piirduti kahe nullkohaga $x=\sqrt{3}$ ja $x=0$, ei arvestatud $x=-\sqrt{3}$; eksiti ektreemumi tüübi (miinimum-maksimum) määramisel; ei arvutatud ekstreemumpunktide ordinaate; ei teatud kuupfunktsiooni graafikut; kasvamisvahemiku asemel esitati vastuseks kahanemisvahemik (mõnes töös vahemiku asemel ka lõik (!)).

Eraldi juhin tähelepanu seigale, et paljud eksaminandid arvutasid sirge skitseerimiseks välja kolme või enama punkti koordinaadid. Oli ka töid, kus sirge mõne punkti arvutamisel tehti viga ning sirge asemel skitseeriti murdjoon.

Ülesanne 6
Ei teatud kasumifunktsiooni mõistet (kasu ei ole ka ülesande esimeses pooles olevast vihjest); moodustati väär kasumifunktsioon; leiti ruutjuur negatiivsest arvust.

Ülesanne 7
Andmeid interpreteeriti vääralt (ei osatud joonisel määrata ristuvaid sirgeid); eksiti nelinurga osadeks jagamisel, mistõttu ülesanne lihtsustus; nelinurga liigne tükeldamine; eksimused ühikuid (ruutkilomeetrit ja hektarit) teisendades; jäme ümardamine nõutud täpsuse saamiseks.
Valimi keskmise ja madalama tulemusega töödes oli 7. ülesanne sageli lõpetamata, st eksaminande kimbutas eksami I osa lahendamisel ajapuudus.

Ülesanne 8
Haarade lõikepunkti koordinaadid leiti jooniselt, mitte ei lahendatud võrrandisüsteemi; sirgete skitseerimiseks arvutati liiga palju punkte (ajakulu!); ei teatud vajalikku sirge võrrandi valemit; sirge, kus asub kolmnurga alus, võrrandi asemel leiti võrrand sirgele, kus on kolmnurga kõrgus; ei saadud aru ülesande tekstist, sh võrdhaarse kolmnurga mõistest; eksiti kõrguse täpset pikkust arvutades.

Ülesanne 9
Logaritmfunktsiooni vale määramispiirkond; eksimused lõikepunkti ordinaadi leidmisel; funktsiooni $f(x)$ summa või korrutisena esitamise vead; ei osatud joonestada logaritm- ega eksponentfunktsiooni graafikuid; ei teatud puutuja võrrandit; puutuja tõusud valiti suvalised (kombineeriti sobivalt funktsioonide $f(x)$ ja $g(x)$ kujust lähtuvalt); puutuja asemel joonestati suvaline sirge, mis lõikas funktsiooni graafikut.

Ülesanne 10
Virna kõrgus leiti lihtsustunud kolmnurgast (st kolmnurga külje pikkuseks võeti *md* või *kd*); kolmnurga kõrgust arvutades kasutati diameetrina antud raadiuse väärtust; aritmeetilise jada asemel kasutati geomeetrilist jada; lihtsustati ülesannet (valiti $m=6$ või $k=6$).

Ülesanne 11
Vead andmete interpreteerimisel (ei osatud leida trapetsi teist alust, mis on esimesest 20% või 30% võrra pikem); püstprisma asemel leiti püramiidi ruumala; ülesannet lahendati vabalt valitud andmetega (määrati ise püstprisma mõõtmed (nt $a=10$, $b=12$, $h=20$ jm); kallutatud küna ruumalaks võeti pool esialgse küna ruumalast; ei osatud leida trapetsi kesklõiku ega pindala; kahe leitud ruumala võrdlusest tehti vale järeldus.

### 3.4. Hinnang õpilaste loogiliste järelduste tegemise, funktsionaalse lugemisoskuse, võrdlemis- ja seostamisoskuse kohta

Tutvutud eksamitööde valimi ja keskmise eksamitulemuse põhjal saab väita, et eksaminandide matemaatikateadmised on keskmisel tasemel. Eksami sooritajad ei oska hästi arvutada, eksivad algebraliste avaldiste teisendamisel, ei ole sisuliselt omandanud analüütilise geomeetria põhialuseid. Neile tekitab raskusi ka rakendusülesannete lahendamine. Soovida jätab ülesannete lahenduste vormistus. Aasta-aastalt on nõrgenenud eksaminandi funktsionaalne lugemisoskus.

## 4. JÄRELDUSED

1. Matemaatika 2006. aasta riigieksamitöö vastas riiklikule õppekavale, kontrollides ainepädevuste olemasolu. Ülesanded vastasid kontrollitavatele õpitulemustele. Eksamitöö esimene osa kontrollis kõikide (välja arvatud stereomeetria) kursuste omandatust. Teises osas olid välja jäetud tõenäosusteooria ja statistika kursus.
2. Keskmised tulemused ei ole seotud kooli õppekeelega.
3. Naissoost õpilaste tulemused on keskmiselt paremad meessoost õpilaste omadest. Selline erinevus neidude ja noormeeste teadmiste vahel on esinenud igal eksamiaastal.
4. Teeninduspiirkonnata koolide õpilaste keskmine tulemus on parem teiste koolide keskmisest tulemusest.
5. Eksaminandide matemaatikateadmised on keskmisel tasemel. Probleeme on tavapärasest erinevate ülesannete lahendamisega. Matemaatika riigieksamil valitakse rohkem ja lahendatakse paremini ülesandeid, millel on väljakujunenud lahendusalgoritm.
6. Et gümnaasiumi lõpueksam on sisuliselt ka kõrgkooli sisseastumiseksam, siis on eksamiga kontrollitava aine maht suur ning eksamitööd liiga mahukad. 2006. aasta riigieksami esimene osa oli nii mahukas, et otstarbekas olnuks kulutada 120 minuti asemel 150 minutit.
7. Kevadise riigieksami tulemuste põhjal võib öelda, et enamik gümnaasiumi lõpetajatest saavutab gümnaasiumi lõpuks matemaatika riiklikus õppekavas ette nähtud taseme.

## 5. ETTEPANEKUD

**Õpetajatele:**
1) pöörata koolitöös suuremat tähelepanu õpilaste arvutusoskuse parandamisele;
2) lahendada rohkem mittestandardseid ülesandeid, sealhulgas rakendusülesandeid.

**Eksamitöö koostajatele:**
1) enne eksamiülesannete lõplikku valikut teha eksperthinnang töö mahukuse ja jõukohasuse hindamiseks tavakoolide gümnaasiumiõpetajate seas;
2) valikülesandeid koostades lähtuda eeldusest, et mõlemad valikülesanded peavad kontrollima rakendusoskuse taset, ent olema sama raskusastmega.

## Matemaatika põhikooli lõpueksami analüüs 2006

Koostaja Allar Veelmaa
Toimetaja Urmas Alas

### 1. Matemaatika lõpueksami eesmärgid ja üldnõuded eksamitööle

**Matemaatika lõpueksami eesmärgid:**

- hinnata riikliku õppekavaga määratletud põhikooli matemaatika õppe-eesmärkide ning õpitulemuste saavutatust;
- suunata eksamitöö sisu ja vormi kaudu matemaatika õppekorraldust;
- ühtlustada eksamitööde hindamiseks antud soovitustega hindamise aluseid matemaatikas, et tagada õpitulemuste võimalikult objektiivne hindamine;
- anda koolidele võimalus hinnata oma õpilaste õpitulemuste taset üleriigilises ulatuses.

**Üldnõuded eksamitööle** on fikseeritud haridusministri 23.01.2002. a määrusega nr. 18 „Õpitulemuste välishindamise põhimõtted, riigieksamitööde, põhikooli lõpueksamitööde ja üleriigiliste tasemetööde koostamise, hindamise ja tulemuste analüüsi alused“.

Lõpueksamiga kontrollitakse riiklikus õppekavas põhikooli lõpetamiseks nõutava õppeainepädevuse (põhiteadmised ja -oskused) omandatust: suutlikkust nõutavaid teadmisi reprodutseerida, uues olukorras rakendada, seostada teistes õppeainetes õpituga.

Põhikooli lõpueksamitöö (edaspidi *lõpueksamitöö*) koostamisel lähtutakse riikliku õppekava eesmärkidest ja ainekavas määratud III kooliastme nõutavatest õpitulemustest.

Lõpueksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid õppeaine põhivaldkondade ja/või osaoskuste kohta.

Põhikooli matemaatika lõpueksamitöö koostamisel lähtutakse Vabariigi Valitsuse 25.01.2002. a määrusest nr 56 (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (edaspidi *RÕK*). Põhikooli lõpuks taotletavad matemaatika-alased õppeainepädevused on fikseeritud matemaatika ainekavas.

**Põhikooli lõpetaja teab ja tunneb:**

1) ratsionaalarve;
2) võrranditega tehtavaid teisendusi; lineaar-, ruut- ja murdvõrrandeid ning ruutvõrrandi lahendivalemeid ja lahendite omadusi;
3) lineaarvõrratust ja lineaarvõrratuse lubatavaid teisendusi;
4) negatiivse astendajaga astme mõistet;
5) arvutamise abivalemeid;
6) lihtsamaid funktsionaalseid seoseid (lineaarne, võrdeline, pöördvõrdeline ja ruutsõltuvus) ja nende graafikuid;
7) statistiliste andmete esitusviise ja arvkarakteristikute arvutamise eeskirju;
8) sündmuse tõenäosuse mõistet;
9) ainekavakohaseid tasandilisi ja ruumilisi kujundeid, nendevahelisi seoseid ja omadusi, pindala (ruumala) arvutamise eeskirju;
10) loogilise arutelu olemust ja loogilise arutelu esmaseid meetodeid;
11) matemaatika keelt ja selle kasutamist.

**Põhikooli lõpetaja oskab:**

1) arvutada ratsionaalarvudega peast, kirjalikult ja taskuarvutil;
2) teisendada lihtsamaid ratsionaalavaldisi;
3) lahendada ja ülesande andmete järgi koostada lineaar- ja ruutvõrrandeid, lihtsamaid murdvõrrandeid ja kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme;
4) lahendada ühe tundmatuga lineaarvõrratusi;
5) joonestada ainekavaga määratud funktsioonide graafikuid ning lugeda graafikult funktsiooni omadusi;
6) korrastada ja töödelda lihtsamaid statistilisi andmeid ning tõlgendada arvutatud karakteristikuid*;*
7) leida lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosust;
8) lahendada täisnurkseid kolmnurki;
9) arvutada ainekavaga määratud tasandiliste kujundite ümbermõõtu ja pindala ning ruumiliste kehade pindala ja ruumala;
10) defineerida ja liigitada ainekavaga määratud mõisteid.

## 2. Matemaatika 2006. a lõpueksami põhiandmed

### 2.1. Eksamitöö ülesehitus ja hindamine

Eksamiülesanded olid jaotatud kahte ossa. Esimeses osas tuli kõigil õpilastel lahendada neli kohustuslikku ülesannet, mille edukas lahendamine tagas rahuldava hinde. Iga kohustusliku ülesande õige lahendus andis seitse (7) punkti.

Teises osas oli neli valikülesannet, millest õpilane valis lahendamiseks kaks. Mõlemad valikülesanded andsid kaheksa (8) punkti ja ülejäänud kaks mõlemad 11 punkti.
**-**
Kokku oli eksamil vaja lahendada kuus (6) ülesannet (neli kohustuslikku ja kaks valikülesannet). Maksimaalselt võis õpilane saada 50 punkti. Kuue ülesande lahendamiseks oli aega 180 minutit. Eksamitöö oli koostatud kahes samaväärses variandis.

Töid kontrollis ja hindas kooli eksamikomisjon. Iga õigesti ja nõuetekohaste selgitustega lahendatud ülesanne andis teatava arvu punkte. Õpilaste poolt kogutud punktid teisendati viiepallihindeks vastavalt järgmisele skaalale: 90%—100% → 5, 70%—89% → 4, 45%—69% → 3, 20%—44% → 2 ja 0%—19% → 1.

Vastavalt sellele skaalale hinnati töid järgmiselt: 45—50 punkti, hinne „5“, 35—44 punkti, hinne „4“, 23—34 punkti, hinne „3“, 10—22 punkti, hinne „2“ ja 0—9 punkti, hinne „1“.

Eksamitöid hinnati täispunktides. Kui mingi tegevuse eest oli lubatud üle ühe punkti, siis pidi punktid jaotama kooli eksamikomisjon. Kooli saadetud hindamisjuhendis rõhutati: kui arvutuses on tehtud viga, kuid selle tulemusega arvutatakse edasi õigesti, siis vähendatakse punkte ainult tehtud vea arvel. Kui õpilane kasutab antud soovitustes mittekajastuvaid lahendusvõtteid, siis võib ta õige vastuse ja ammendavate selgituste korral saada maksimaalse arvu punkte. Jooniste ülekandmine lahenduslehele ei ole nõutav. Kalkulaatori kasutamine arvutusvahendina on lubatud.

Haridusministri 2004. a 19. mai määruse nr 30 järgi võis
a) „Põhikooli- ja gümnaasiumiseaduse“ § 15 lg-s 1 nimetatud klassi ja § 21 lg 41 p-des 1 ja 2 nimetatud klasside õpilaste ning õpilaste, kellele rakendatakse koduõpet või parandusõpet, lõpueksamitöid on lähtudes õpiraskuse spetsiifikast lubatud vastava aine lõpueksami hindamiskomisjoni põhjendatud otsusel hinnata hindega „3“ alates 35% punktide arvust;
b) vastava aine lõpueksami hindamiskomisjoni põhjendatud otsusel hinnata hindega „3“ alates 35% punktide arvust nende üksikute õpilaste lõpueksamitöid, kes õpivad tavaklassis, kuid nõustamiskomisjoni otsusega või hariduslikust erivajadusest lähtuvalt võiksid õppida „Põhikooli- ja gümnaasiumiseaduse“ §21 lg 41 p-des 1 ja 2 nimetatud eriklassides. Vastav otsus ja põhjendused tuli kirjutada lõpueksami protokolli.

## 2.2. Ainekavaga ettenähtud teemade sisalduvus eksamiülesannetes

Põhikooli õppesisu võib tinglikult jaotada järgmisteks teemadeks[1] (need sisaldavad üldjuhul veel väiksemamahulisi alamteemasid):

1. Arvutamine. Tehted ratsionaalarvudega, astendamine täisarvulise astendajaga, arvutamine ligikaudsete arvudega. Ülesanded protsentidele, statistilise kogumi arvkarakteristikud, sündmuse tõenäosuse arvutamine lihtsamatel juhtudel.
2. Arvutamise abivalemid. Tehted täis- ja ratsionaalavaldistega. Avaldise väärtuse arvutamine muutuja(te) etteantud väärtus(t)e korral.
3. Lineaar-, ruut- ja murdvõrrandid. Võrrandite rakendamine reaalse sisuga matemaatilise mudeli koostamisel, lahendamisel ja analüüsimisel. Lineaarse võrrandisüsteemi lahendamine. Ühe tundmatuga lineaarvõrratus.
4. Võrdeline sõltuvus, pöördvõrdeline sõltuvus, lineaarfunktsioon ja ruutfunktsioon ning vastavad graafikud.
5. Kolmnurk. Täisnurkse kolmnurga lahendamine.
6. Hulknurgad, nende sarnasus.
7. Ringjoon ja korrapärane hulknurk.
8. Ruumilised kujundid. Nende kujundite pindala ja ümbermõõt.

Tabel 1 kajastab ainekavaga etteantud teemade sisalduvust eksami ülesannetes. Arvud tabelis näitavad punktide jaotust, s.t kui mitme punkti ulatuses hinnati antud teemat vastava ülesande raames.

**Tabel 1**[2]

| | Teema 1 | Teema 2 | Teema 3 | Teema 4 | Teema 5 | Teema 6 | Teema 7 | Teema 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ül. 1 | 2 | 2 | 3 | | | | | |
| Ül. 2 | 3 | | | | 4 | | | |
| Ül. 3 | 3 | 4 | | | | | | |
| Ül. 4 | 3 | | 3 | | | 1 | | |
| Ül. 5 | 8 | | | | | | | |
| Ül. 6 | 8 | | | | | | | |
| Ül. 7 | 3 | 2 | 2 | 4 | | | | |

[1] Põhikooli õppesisu võib liigitada ka teisiti (mõningaid siin toodud teemasid ühendades või detailsemalt avades).
[2] Tabelisse on osapunktid märgitud mitte hindamisjuhendi järgi (viimane oli üksnes soovituslik), vaid analüüsi koostaja poolse ülesannete sisulise analüüsi põhjal.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ül. 8 | 3 | | | | 3 | | 1 | 4 |
| Kokku | **33** | **8** | **8** | **4** | **7** | **1** | **1** | **4** |
| Teema esindatus kogu töös (%) | **50,00** | **12,12** | **12,12** | **6,06** | **10,61** | **1,52** | **1,52** | **6,06** |

Tabelist on näha, et lõpueksamil olid ülesanded kõikide eespool loetletud ainevaldkondade kohta (v.a teema „Ringjoon ja korrapärane hulknurk“) ning suhteliselt kõige rohkem punkte oli võimalik saada esimeses teemas toodud alateemade hea tundmise korral.

Eksamitöö ja hindamisjuhendi koostamisel lähtuti järgmistest õpitulemustest:
1. Õpilane teab õpitud mõisteid ja nende omadusi, seoseid, algoritme (eeskirju).
2. Õpilane oskab teadmisi rakendada lihtsate harjutusülesannete (rutiinsete ülesannete) lahendamisel.
3. Õpilane saab probleemist aru, oskab ülesandes esitatud infot tõlgendada, teha jooniseid ja graafikuid ning kasutada oma teadmisi uues olukorras (mitterutiinse) ülesande lahendamisel.
4. Õpilane oskab valida lahendusstrateegiat, võimaluse korral leida erinevaid lahendusteid.
5. Õpilane oskab infot edastada oma lahenduskäigu vormistamisel, kasutades korrektset matemaatilist terminoloogiat ja sümboolikat, oskab lahenduskäiku põhjendada (selgitada), annab ülesandele korrektse vastuse.

Tabelist 2 on näha, kuidas eksamitöös teemadele 1—8 vastavad punktid jaotusid õpitulemuste 1—5 vahel.

**Tabel 2**

| Teema | Punktid | Õpitulemus | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 33 | 10 | 8 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 8 | 2 | 4 | | | 2 |
| 3 | 8 | 2 | 3 | 2 | 1 | |
| 4 | 4 | 1 | 3 | | | |
| 5 | 7 | 2 | 3 | 1 | | 1 |
| 6 | 1 | | | 1 | | |
| 7 | 1 | | 1 | | | |
| 8 | 4 | 3 | | | | 1 |
| Kokku | 66 | 20 | 22 | 9 | 6 | 9 |
| Õpitulemuste kaaluhinnang (%) | | 30,30 | 33,33 | 13,64 | 9,09 | 13,64 |

Tabelis 3 on esitatud eksamiülesannete punktide hinnanguline jaotus klasside 6—9 vahel.

**Tabel 3**

| Klass | Ülesanded | | | | | | | | Punkte | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | Kokku | % |
| 6. | 3 | 3 | 2 | 1 | 4 | 4 | 2 | 2 | 21 | 31,82 |
| 7. | | | | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 13 | 19,70 |
| 8. | | | 5 | 3 | 2 | | 2 | 2 | 14 | 21,21 |
| 9. | 4 | 4 | | | | | 5 | 5 | 18 | 27,27 |

## 3. Üldstatistika, järeldused ja ettepanekud

### 3.1. Põhikooli lõpueksami üldstatistika nelja aasta lõikes

**Tabel 4.** Üldstatistika

| *Eksamiaine nimetus* | ***Matemaatika*** |
|---|---|
| Valimi suurus | 1735 |
| Võimalik (max) punktide arv | 50 |
| Maksimaalne tulemus | 50 |
| Minimaalne tulemus | 0 |
| Keskmine tulemus | 31,69 |
| Standardhälve | 11,75 |
| Mediaan | 33,00 |
| Mood | 23,00 |

**Tabel 5.** Üldstatistika nelja aasta lõikes

| *Eksamiaine nimetus* | ***Matemaatika*** | | | |
|---|---|---|---|---|
| Aasta | **2003** | **2004** | **2005** | **2006** |
| Valimi suurus | 2013 | 1298 | 1710 | 1735 |
| Maksimaalne tulemus | 40 | 40 | 40 | 50 |
| Minimaalne tulemus | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Keskmine tulemus | 26,88 | 28,43 | 26,41 | 31,69 |
| Keskmise protsent maksimumist | 67,21 | 71,07 | 66,00 | 63,38 |

### 3.2. Matemaatika lõpueksami kokkuvõtvad tulemused

**Tabel 6.** Eksamitulemused

| | Kokku | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül. 6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Õpilasi | 1735 | 1735 | 1735 | 1735 | 1735 | 1181 | 1046 | 712 | 531 |
| Keskmine | 31,69 | 5,79 | 4,91 | 5,65 | 3,58 | 5,57 | 5,51 | 7,11 | 8,11 |
| % max-st | 63,38 | **82,71** | 70,14 | 80,71 | **51,14** | 69,63 | 68,88 | 64,64 | 73,72 |
| St. hälve | 11,75 | 1,91 | 2,11 | 1,96 | 2,73 | 1,81 | 2,67 | 3,32 | 3,31 |
| Min | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Max | 50 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 11 | 11 |
| Mood | **23** | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 11 | 11 |
| Mediaan | 33 | 7 | 6 | 7 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Tabelist on näha, et kolme esimest kohustuslikku ülesannet lahendati suhteliselt hästi, kuid neljanda ülesandega jäi palju õpilasi hätta. Järgmisest tabelist on näha, mitu õpilast lahendas ülesandeid maksimumpunktidele ning mitu õpilast sai mingi ülesande eest null punkti.

**Tabel 7.**

| Tulemus | Kogu töö | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül. 6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| null | 14 | 95 | 100 | 100 | **441** | 106 | 265 | 15 | 12 |
| max | 27 | **989** | 486 | **982** | 410 | 120 | 256 | 83 | 41 |

**Tabel 8.** Eksamitulemuste võrdlus õppekeele järgi

| **Eesti** | | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül.6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Keskmine | 31,96 | 5,73 | 4,87 | 5,60 | 3,54 | 5,59 | 5,55 | 7,49 | 8,00 |
| Mood | **45** | 7 | 7 | 7 | 7 | 6 | 8 | 11 | 11 |
| Mediaan | 34 | 7 | 6 | 7 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **Vene** | | | | | | | | | |
| Keskmine | 30,94 | 5,94 | 5,00 | 5,80 | 3,70 | 5,50 | 5,40 | 5,99 | 8,56 |
| Mood | **23** | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 11 |
| Mediaan | 31 | 7 | 6 | 7 | 5 | 6 | 6 | 6 | 10 |

Tabelist on näha, et eksamitulemused ei sõltu õppekeelest. Kohustuslike ülesannete keskmised tulemused ei erine oluliselt ning 4. ülesanne valmistas raskusi nii eesti kui ka vene õppekeelega koolide õpilastele Mõlema õppekeelega koolide õpilased lahendasid hästi kolm esimest ülesannet ja ligikaudu võrdselt halvasti 4. ülesannet. Vene õppekeelega koolide õpilased lahendasid mõnevõrra paremini ruumigeomeetria ülesannet (ül. 8) ning funktsioonidega seotud ülesannet (ül. 7) lahendasid paremini eesti õppekeelega koolide õpilased.

**Tabel 9.** Eksamitulemuste võrdlus õppekeele ja eksamineeritavate soo järgi

| | Arv | Sugu | Keskmine | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül. 6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Eesti** | **1274** | | **31,96** | **5,73** | **4,87** | **5,60** | **3,54** | **5,59** | **5,55** | **7,49** | **8,00** |
| | 650 | M | 30,17 | 5,46 | 4,73 | 5,28 | 3,09 | 5,49 | 5,65 | 7,25 | 7,70 |
| | 624 | N | 33,83 | 6,02 | 5,02 | 5,71 | 4,01 | 5,71 | 5,43 | 7,67 | 8,27 |
| **Vene** | **461** | | **30,94** | **5,94** | **5,00** | **5,80** | **3,56** | **5,50** | **5,40** | **5,99** | **8,56** |
| | 230 | M | 29,33 | 5,69 | 4,74 | 5,72 | 3,40 | 5,30 | 5,29 | 5,73 | 8,65 |
| | 231 | N | 32,55 | 6,19 | 5,26 | 5,87 | 3,99 | 5,70 | 5,51 | 6,19 | 8,47 |
| **Kokku** | **1735** | | **31,69** | **5,79** | **4,91** | **5,65** | **3,58** | **5,19** | **4,51** | **7,24** | **8,30** |

Eesti õppekeelega koolide õpilaste keskmine tulemus (31,96 punkti) oli umbes punkti võrra suurem vene koolide keskmisest tulemusest (30,94 punkti).

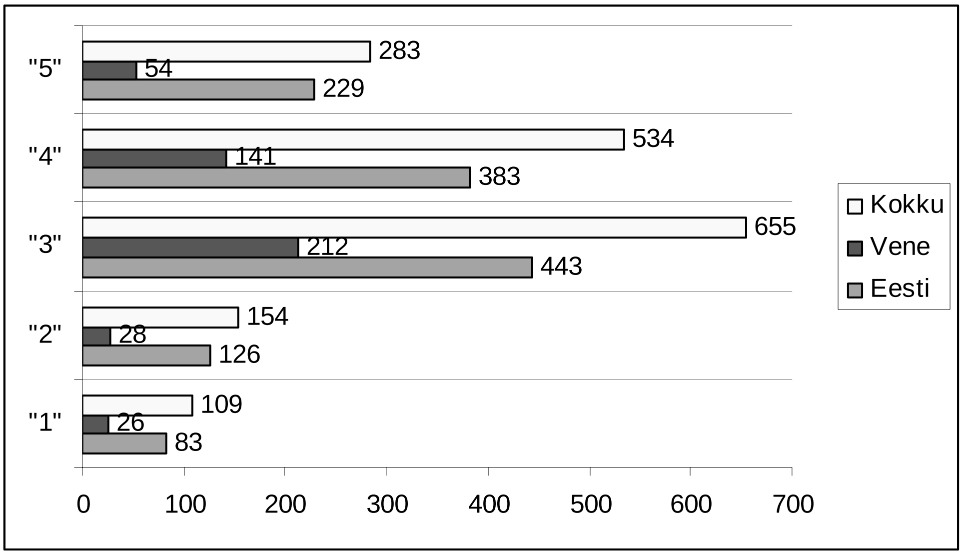
Eesti koolide tüdrukute keskmine on seitsme ülesande korral (v.a ül. 6) korral poiste keskmisest suurem, eriti märgatav on erinevus esimese, kolmanda, neljanda ja kaheksanda ülesande puhul. Ka vene koolide tüdrukute keskmine on seitsmel juhul kaheksast poiste omast parem. Ainult geomeetriaülesande puhul on poiste keskmine tulemus mõnevõrra parem tüdrukute tulemusest.

**Tabel 10.** Eksamitulemuste võrdlus eksamivariantide järgi

| Variant | Arv | Keskmine | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül. 6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 883 | 31,67 | 5,69 | 4,93 | 5,63 | 3,60 | 5,62 | 5,58 | 7,09 | 8,27 |
| B | 852 | 31,72 | 5,89 | 4,88 | 5,68 | 3,56 | 5,51 | 5,44 | 7,13 | 7,97 |

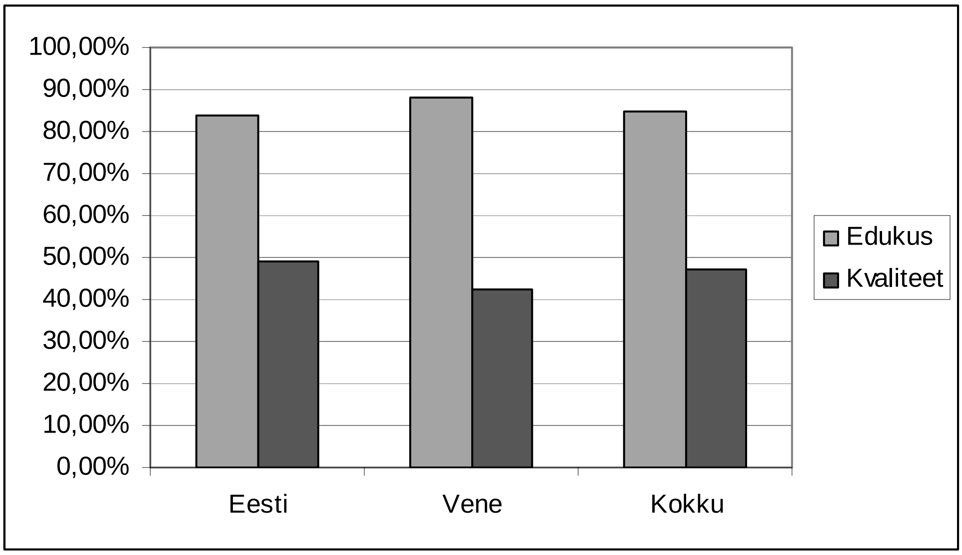
Tabelist on näha, et tulemuste erinevus eksamivariantide vahel on tühine. Seega võib kindlalt väita, et eksamivariandid olid raskusastmelt samaväärsed.

**Joonis 1.** 2006. a matemaatikaeksami hinnete jaotus valimis




Hindele „1“ sooritas valimi 1735 õpilasest eksamitöö 109 õpilast (6,28% üldarvust), hindele „2“ sooritas eksamitöö 154 õpilast (8,88% üldarvust). Seega ebaõnnestus eksamitöö 15,16% valimisse kuulunud õpilastest. Eksamitöid analüüsides selgus, et mitmetel juhtudel on õpilaste töid üle hinnatud (tegeliku 17—22 punkti asemel on pandud hinde „3“ saamiseks hädavajalikud 23 punkti). See on selgesti nähtav ka eksamitulemuste histogrammist (v.t. joonist 3), kus ilmnevad täiesti selged hüpped (23 punkti juures, 35 punkti juures ja 45 punkti juures).

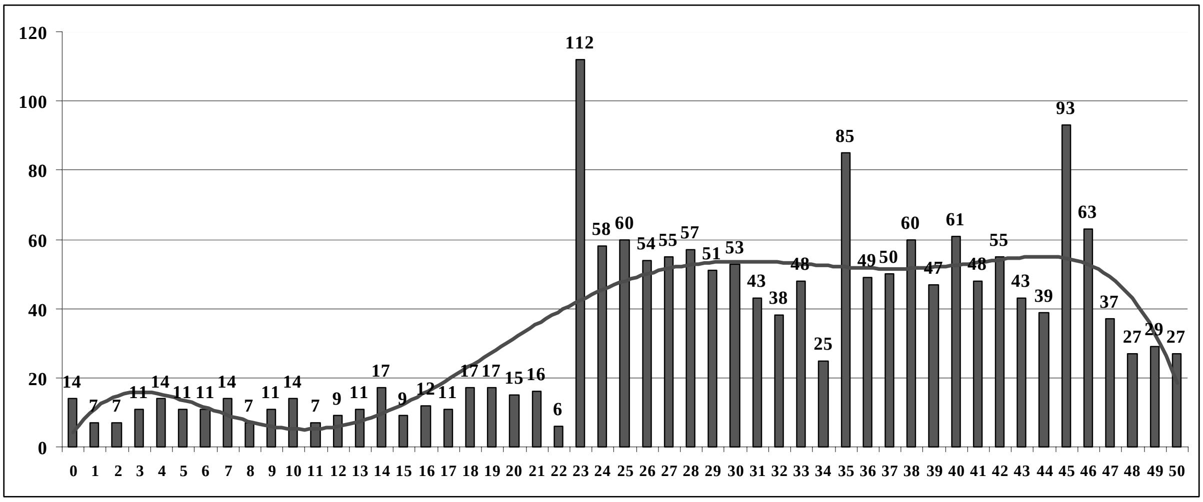
**Joonis 2.** 2006. a matemaatikaeksami edukuse ja kvaliteedi näitajad




Vähemalt rahuldavale hindele sooritas valimisse kuulunud 1735 õpilasest eksamitöö 1472 õpilast ehk 84,84%. Eesti õppekeelega koolide õpilaste edukus oli 83,59% ja vene õppekeelega koolide õpilaste edukus oli 88,29%.

Eksamitöö kvaliteedinäitaja oli eesti õppekeelega koolides 48,82% ja vene õppekeelega koolides 42,30%. Need näitajad on umbes sama suured kui eelmisel õppeaastal.

**Joonis 3.** Eksamitulemuste histogramm




Eksamitulemuste histogrammilt nähtub, et eksamikomisjonid ei pannud punkte ja nendele vastavaid hindeid alati õigesti. Histogrammil on selgesti näha kolm teistest „peajagu" kõrgemalt tulpa, mis vastavad hinde „3", „4" ja „5" saamiseks vajalikule vähimale punktisummale.

## 4. Eksamiülesannete analüüs ja ettepanekud eksamitöö koostamiseks

Eksamivariandid (A-variant ja B-variant) koosnesid kaheksast ülesandest, milledest õpilane pidi lahendama esimesed neli ja ülejäänud nelja ülesande hulgast oma äranägemisel kaks ülesannet, seega kokku kuus ülesannet. Ülesannete lahendamiseks oli aega 180 minutit ning trükitud ülesannetelehel olevaid ülesannete tekste ning jooniseid ei tulnud õpilasel lahenduste lehele ümber kirjutada (joonestada).

### Ülesanne 1 (7 punkti)

Õpilane pidi lahendama taandamata ruutvõrrandi, mis oli korrastamata. Ülesanne oli õpilastele jõukohane, seda näitab ka see, et 989 õpilast said maksimumpunktid. Paraku ei osanud 95 õpilast selle ülesande puhul teha ühtegi mõistlikku tehet ning ei saanud ainsatki punkti.

Analüüsija arvates on esimese ülesande valik pisut ebaõnnestunud. Juhul, kui õpilane eksis võrrandi $2x^2 + 3x = 35$ normaalkujule viimisel, s.t sai võrrandi $2x^2 + 3x + 35 = 0$, siis kaotas ka küll ühe punkti, kuid sai mittemidagitegemise eest kaks punkti, sest kuna võrrandil pole reaalarvulisi lahendeid, siis pole ka võimalik neid kontrollida. Ilmselt on mõttetu anda ka sedalaadi ülesande vastuse eest eraldi üks punkt, sest kui õpilane on võrrandi lahendanud, siis on vastus selgesti eristatav muust tekstist.

Ettepanek: ülesanne 1 oleks väärt seitset punkti, kui selles oleks vaja lahendada ühe ruutvõrrandi asemel kaks võrrandit, näiteks võrrandid $2x^2 + 3x = -35$ ja $3x + 5x^2 = 0$.

### Ülesanne 2 (7 punkti)

Hea ülesanne, kus kontrollitakse korraga nii kolmnurga lahendamise oskust kui ka pindala arvutamist ning arvutustulemuse ümardamist. Kuigi ülesanne oli suhteliselt lihtne, ei saanud

100 õpilast siiski selle eest ainsatki punkti. Maksimumpunktidele lahendas ülesande 28% õpilastest.

**<u>Ülesanne 3 (7 punkti)</u>**

Tüüpiline eksamiülesanne, mida ilmselt kõik õpetajad enne eksamit oma õpilastega kümneid ja sadu kordi läbi lahendavad. Ülesandega kontrollitakse arvutamise abivalemite kasutamise oskust ning seda, kas õpilane oskab avaldise väärtust arvutada. Ülesannet on võimalik lahendada ka abivalemeid kasutamata, sest kaksliikme ruudu võib asendada nende kaksliikmete korrutamisega ja tulemus sellest ei muutu. Ülesande muutis mõnede õpilaste jaoks ebameeldivaks see, et arvutamisel tuleb kasutada harilikku murdu kui ka negatiivset kümnendmurdu. Kuna tegemist oli eeltreenitud ülesandetüübiga, siis sellega on seletatav ka see, et 982 õpilast said maksimumtulemuse. Ka selle ülesande korral ei saanud 100 õpilast mitte ühtegi punkti.

**<u>Ülesanne 4 (7 punkti)</u>**

Tekstülesanne, lahendamiseks peab õpilane teadma ristküliku ümbermõõdu valemit, tuleb osata koostada lineaarne võrrandisüsteem ning lõpuks tuleb saadud lahendit esialgse teksti järgi kontrollida. Sellised ülesanded käivad osale õpilastest üle jõu. Mõistete „korda" ja „võrra" segiajamine võrrandite koostamisel annab tulemuseks sellise võrrandisüsteemi mille lahend ülesande tingimusi ei rahulda (ja ei saagi rahuldada). Arvestades ülesande lahendamiseks vajalike operatsioonide rohkust ja keerukust võrreldes kolme esimese eksami-ülesandega ei saa pidada õigeks seda, et ülesande veatu lahendamise eest antakse vaid seitse punkti. Töömahult ja keerukuselt ei ole see ülesanne kuidagi võrreldav näiteks 1. ülesandega, mille eest anti samuti seitse punkti. Sellele vasturääkivusele juhtisid tähelepanu ka õpetajad tagasisidelehtedel.

Kohustuslikest ülesannetest kõige madalama keskmise tulemusega ülesanne. Mitte ühtegi punkti ei saanud selle ülesande eest 441 õpilast ja maksimumtulemuse sai 410 õpilast. Keskmine punktisumma selle ülesande eest oli 51,14% maksimumist.

Ettepanek: selliseid, teistest ilmselgelt keerukamaid ja töömahukamaid ülesandeid kohustuslike ülesannete hulka mitte panna.

**<u>Ülesanne 5 (8 punkti)</u>**

Mitmeosaline ülesanne, mis sobinuks hästi eksami kohustuslike ülesannete hulka. Ülesandes antud töökäsk on punktis 1 ebaõnnestunud. Tekst on järgmine: „*Korrasta need andmed kõrvalolevas sagedustabelis…*". Tabelis ei ole midagi korrastada, sest seal ju ei ole üldse midagi.

Ülesande nõrgaks küljeks on see, et õpilasel ei ole vaja selle täitmiseks iseseisvalt mõelda, kuna kõik, mida on vaja teha, on selgesti ette öeldud. Õpilane teab teadma *sageduse* ja *moodi* mõistet, tuleb osata leida aritmeetilist keskmist, leida protsenti arvust ning arvutustulemust ümardada.

Ülesande valis lahendamiseks 1181 õpilast (68% valimist) ning maksimumtulemuse sai 120 õpilast ja ühtegi punkti ei saanud 106 õpilast.

**<u>Ülesanne 6 (8 punkti)</u>**

Hea, reaalse sisuga arvutamisülesanne. Näiliselt lihtne ülesanne tekitas õpilastele palju probleeme (pole harjutud arvutama suurte arvudega, segadusse satuti osa leidmisel tervest, sest osamäärad on antud väga erineval kujul; raskusi tekitas ka võrdeline jaotamine). Väga hea eksamiülesanne.

Ülesande valis lahendamiseks 1046 õpilast (60% valimist). Maksimumtulemuse saavutas 256 õpilast, ühtegi punkti ei antud 265 eksaminandile.

**<u>Ülesanne 7 (11 punkti)</u>**

Ülesande edukaks lahendamiseks pidi õpilane teadma funktsiooni *nullkoha* mõistet ja oskama nullkohta leida (ehkki need sai ka jooniselt välja lugeda). Õpilane pidi teadma, et lineaarfunktsiooni $y = \frac{2}{3}x + 1$ graafik on sirge, ning oskama sirget teljestikku joonestada. Kõige raskem oli ülesande 5. alapunkt, kus tuli korrektselt põhjendada, miks silma järgi leitud punkti koordinaadid on üksnes ligikaudsed.

Ülesande valis lahendamiseks 712 õpilast (41% valimist) ning maksimumtulemuse sai 83 õpilast, 15 õpilast ei teinud ühtegi punktiväärilist tehet.

**<u>Ülesanne 8 (11 punkti)</u>**

Ruumigeomeetria ülesanne, eeldab teravnurga siinuse (koosinuse) definitsiooni tundmist, kolmnurga pindala arvutamisoskust ja protsentarvutuse rakendamise oskust. Sisuliselt hea ülesande rikub põhimõtteliselt vale joonis ülesannete lehel. Joonisel olev püramiid ei ole ega saagi olla korrapärane, sest põhjaks olev kujund ei ole joonise järgi ruut. Koolitunnis saaks õpilane joonise eest mitterahuldava hinde, eksamitöö koostajad selliseid möödalaskmisi endale lubada ei tohi.

Ülesande valis lahendamiseks 531 õpilast (31% valimist). Maksimumtulemuse sai selle ülesande eest 41 õpilast, mitte ühtegi punkti ei saanud 12 õpilast.

Ettepanekud: ülesannete jooniseid tuleb enne eksamitöö trükkimist kontrollida ja ülesande võiks nii sõnastada, et teravnurga siinuse või koosinuse leiab õpilane ise. Kuna eksamitöös võivad õpilased kasutada kalkulaatorit, siis ei tohiks arvutamine olla raske.

## 5. Järeldused ülesannete kvaliteedi ja lahendatavuse kohta

Ülesannete kvaliteedi hindamiseks jaotame ülesanded tinglikult viieks: raske ülesanne, pigem raske ülesanne, jõukohane ülesanne, pigem kerge ülesanne ja kerge ülesanne. Jaotuse aluseks on võetud järgmine tabel (*p* näitab punkte ülesande eest):

| | **7-punkti ülesanne** | **8-punkti ülesanne** | **11-punkti ülesanne** |
|---|---|---|---|
| **Raske** | $0 \le p < 1{,}4$ | $0 \le p < 1{,}6$ | $0 \le p < 2{,}2$ |
| **Pigem raske** | $1{,}4 \le p < 2{,}8$ | $1{,}6 \le p < 3{,}2$ | $2{,}2 \le p < 4{,}4$ |
| **Jõukohane** | $2{,}8 \le p < 4{,}2$ | $3{,}2 \le p < 4{,}8$ | $4{,}4 \le p < 6{,}6$ |
| **Pigem kerge** | $4{,}2 \le p < 5{,}6$ | $4{,}8 \le p < 6{,}4$ | $6{,}6 \le p < 8{,}8$ |
| **Kerge** | $5{,}6 \le p \le 7$ | $6{,}4 \le p \le 8$ | $8{,}8 \le p \le 11$ |

Selle tabeli alusel jaotuvad õpilaste eksamitulemused ülesannete kaupa järgmiselt:

| | Ül. 1 | Ül. 2 | Ül. 3 | Ül. 4 | Ül. 5 | Ül. 6 | Ül. 7 | Ül. 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Raske** | 6,86% | 11,24% | 6,51% | 30,24% | 5,90% | 19,04% | 14,42% | 10,02% |
| **Pigem raske** | 5,06% | 12,35% | 7,57% | 13,83% | 6,72% | 5,26% | 9,89% | 6,92% |
| **Jõukohane** | 4,07% | 6,26% | 4,93% | 5,90% | 28,16% | 11,80% | 21,43% | 15,30% |
| **Pigem kerge** | 26,47% | 41,69% | 23,34% | 24,83% | 23,80% | 11,10% | 22,39% | 18,58% |
| **Kerge** | 57,53% | 28,45% | 57,65% | 25,20% | 35,42% | 52,80% | 31,87% | 49,18% |

Tabelis toodud andmed on kooskõlas varemtoodud andmetega. Kohustuslike ülesannete (ül. 1—ül. 4) hulgast eraldus selgelt välja 4. ülesanne, mis polnud jõukohane umbes 44% õpilastest. Mõneti üllatas see, et 6. ülesanne osutus viiendikule õpilastest raskeks.

Eksamiülesanded on üldjuhul hästi valitud (v.a 4. ülesanne), ning kinnitust leidis asjaolu, et suhteliselt halvasti lahendatakse tekstülesandeid (olgu need siis abstraktsed või elulise situatsiooni kirjeldused) ning paremini tavapäraseid, koolitunnis rohkem harjutatud ülesandeliike (ül. 1, ül. 3 ja ül. 5). Ülesanne 7 valmistas tõsiseid raskusi ligikaudu 24% lahendajatest, mis viitab sellele, et funktsiooni ja selle graafikuga seotud ülesanded käivad põhikooli õpilastele sageli üle jõu.

## 6. Eksamitööde vormistamisest ja tööde hindamisest

Valimisse kuulunud 1735 õpilase eksamitöödest vaadati põhjalikult läbi 884 eksamitööd, s.t 50,95% valimist.

Eksamitööd olid üldjuhul vormistatud korrektselt, s.t tekst oli kirjutatud pastapliiatsiga ja seejuures loetavalt ning täiendused joonistele tehti hariliku pliiatsi ja joonlaua abil. Nende ülesannete puhul, kus lahenduskäiku oli vaja selgitada, seda ka tehti. Silma torkas üks tendents:õpilased kirjutavad selgitusi ka sinna, kus neid ilmselt vaja pole (näiteks põhjendatakse ruutvõrrandi lahendamise iga sammu sõnaliselt). Selline selgitustega liialdamine ei anna lisapunkte, kuid röövib õpilaselt väärtuslikku aega. Sellisele liialdusele tuleks õpetajatel kindlasti tähelepanu juhtida.

Esines ka vormistuslikke kurioosumeid – näiteks ühe kooli tööd olid „vormistatud“ vihikust väljarebitud lehtedele, mille servadki olid sirgeks lõikamata. Teine äärmus oli kool, mille tööd olid vormistatud kooli blanketile.

Kuigi koolidesse saadetud hindamisjuhend nägi ette, et iga ülesande eest antavad punktid tuleb kirjutada vastava ülesande juurde ja hiljem summeerida, siis mitte kõikide koolide eksamitööde parandajad polnud seda teinud. Valimisse kuulunud töödest ainult ühel neljandikul oli tööle märgitud ka õpilase matemaatika aastahinne.

Valimisse kuulunud kolme kooli eksamitöid ei olnud üldse keegi parandanud, töö päisesse oli kirjutatud vaid punktide kogusumma. Mille järgi see oli saadud, jäi arusaamatuks, sest töödes ei olnud ühtegi viga ära märgitud.

Hinne „3“ oli mõne töö puhul pandud ka siis, kui õpilane ei saavutanud isegi 35% maksimumist. Vastav märge 35% rakendamise kohta puudus ka eksamiprotokollist, ainult ühel juhul oli eksamiprotokollis märkuste lahtrisse kirjutatud, et *õpilasel on õpiraskusi*.

Hindamisjuhendis oli kirjas, et õpilane lahendab *kaks* valikülesannet. Esines juhtumeid, kus hinde panemisel võeti arvesse kolme või koguni nelja valikülesande punktid.

Eksiti punktide kokkulugemisel ja üldjuhul ikka sel imelikul viisil, et kokku saadi summaks 23 punkti. Esines ebajärjekindlust tööde parandamisel – ühtede ja samade eksimuste (ebatäpsuste) eest kord võeti punkte maha, teinekord aga jäeti maha võtmata. Eksamitööde läbivaatamisel tekkis üldine mulje, et liiga kergekäeliselt võeti punkte maha. Kui ruutvõrrandi lahendid olid õpilase poolt allakriipsutatud ja muust tekstist selgelt eraldi, siis sisuliselt on vastus olema ja vastuse puudumise eest ühe punkti mahavõtmine ei ole õigustatud. Punkte võeti vastuse kirjutamatajätmise eest maha isegi siis, kui hindamisjuhendis vastuse väljakirjutamist ei nõutud (ül. 5).

Tööde parandamisel esines palju õpetajapoolseid eksimusi. Paljudes töödes jäeti vead parandamata ning esines ka juhtumeid, kus õpetaja tegi „parandusi“ õpilase täiesti õigesse lahenduskäiku. Kõige rohkem õpetajapoolseid eksimusi esines seitsmenda ülesande parandamisel, kus paljud õpetajad ajasid segamini funktsiooni *nullkohad* ning graafiku ja $x$-telje lõikepunktid (üks õpetaja luges õigeks ka nullkohad $x = 1$ ja $y = 0$).

## 7. Ülesannete lõikes enim esinenud eksimused

Kuna eksamitööde A ja B variant (lisa 1 ja lisa 2) olid sisult sarnased, siis esinesid vastavate ülesannete lahendamisel ühed ja samad vead. Järgnevas on välja toodud B-variandis kõige sagedamini esinenud õpilaste vead ülesannete lahendamisel kui ka õpetajate eksimused parandamisel.

### Ülesanne 1

Õpilane pidi lahendama ruutvõrrandi $2x^2 + 3x = 35$ ja kontrollima lahendeid.

**Õpilaste vead:**

a) võrrandi korrastamisel eksiti vabaliikme ületoomisel ja saadi võrrand $2x^2 + 3x + 35 = 0$;
b) eksiti taandamata ruutvõrrandi lahendivalemi väljakirjutamisega;
c) kasutati taandatud ruutvõrrandi lahendivalemit;
d) eksiti arvutamisel, näiteks: $-3 + 17 = -20$, $-3 - 17 = 20$ jms;
e) negatiivse lahendi korral kirjutati, et see on võõrlahend (vahel ka *väärlahend*);
f) kontroll jäeti tegemata või tehti vaid ühe lahendiga;
g) eksiti kontrolli tegemisel arvutustega, näiteks $2\cdot(-5)^2 + 3\cdot(-5) = -50 - 15 = -65$ jms;
h) tehti formaalne kontroll, s.t kirjutati näiteks $2 \cdot (-5)^2 + 3 \cdot (-5) = 35$, kuid ühtegi tehet seejuures ei ole tehtud;
h) lahendid kirjuti välja loogelise sulu abil, kuid seda tehti valesti: $\begin{cases} x = 5 \\ x = 3{,}5 \end{cases}$.

**Õpetajate eksimused:**

a) loeti õigeks kontroll teisendatud võrrandi puhul (õpilane tegi kontrolli võrrandi $2x^2 + 3x - 35 = 0$ järgi;
b) täispunktid anti ka siis, kui kontroll oli tehtud vaid ühe lahendiga;
c) punktid võeti maha kontrolli tegematajätmise eest, kuid kui võrrandil pole lahendeid, siis ei saa ka midagi kontrollida (õpilane eksis eelnevalt võrrandi normaalkujule viimisel ja tekkinud võrrandil pole lahendeid).

**Ülesanne 2**

Ülesandes tuli leida võrdhaarse kolmnurga kujulise maatüki pindala hektarites.

**Õpilaste vead:**

a) võrdhaarse kolmnurga asemel joonestati võrdkülgne kolmnurk ja seetõttu lihtsustus ülesanne oluliselt, kuigi andmed on seejuures vastuolus;
b) Pythagorase teoreem pandi kirja kujul $a^2 + b^2 = c^2$, kuid joonisel olid hoopis teised tähised;
c) eksitakse sulgude avamisel: $(0{,}5a)^2 = 0{,}5a^2$;
d) arvatakse, et 1 ha = 1000 m²;
e) uus mõõtühik ha$^2$;
f) eksiti pindalaühikute teisendamisel ja tulemuse ümardamisel.

**Õpetajate eksimused:**

a) parandamata viga: 1452 m$^2$ : 10000 m$^2$ = 0,15 ha;
b) jäetakse märkimata erinevused kirjapandud Pythagorase teoreemi ja õpilase poolt hiljem kasutatud tähiste vahel;
c) kui õpilane kirjutab Pythagoras asemel „pütagooras" vms, siis tuleks see parandada;
d) õpetaja loeb õigeks võrduse $(0{,}5a)^2 = 0{,}5a^2$;
e) õigeks loeti $0{,}5a^2 = 33$, $a = 66$;
f) õigeks loeti võrdus 1 ha = 100 m², samuti mõõtühik ha$^2$;
g) üks õpetaja on veendunud, et $3 \cdot 8 \neq 24$ ja $5 \cdot 4 \neq 20$.

**Ülesanne 3**

Ülesandes oli vaja lihtsustada avaldis ja arvutada selle väärtus.

**Õpilaste vead:**

a) eksitakse arvutamise abivalemite kasutamisel, näiteks $(3a - b)^2 = 9a^2 - b^2$;
b) eksitakse sarnaste liikmete koondamisel, näiteks $-14ab - 6ab = 20ab$ jms;
c) avaldise täpse väärtuse asemel leitakse ligikaudne väärtus, võttes $\frac{1}{3} = 0{,}3$;

**Õpetajate eksimused:**

a) vahepealsed teisendused jäetakse kontrollimata ja vaadatakse vaid seda, kas lõppvastus on $8ab$. Mitmes töös ei saanud kuidagi selline vastus tulla, kuna eelnevalt oli tehtud märgivigu ja oli eksimusi ka valemite kasutamisel;
b) aktsepteeriti murru asendamist selle lähendiga.

**Ülesanne 4**

Ülesandes oli vaja leida ristküliku küljed, tegemist oli tekstülesandega.

**Õpilaste vead:**

a) ristküliku asemel joonestati ruut ja arvutused tehti selle põhjal;
b) aeti segi ristküliku ümbermõõt ja pindala;
c) mitmed õpilased arvasid, et ümbermõõt on kahe külje pikkuste summa;
d) ei tunta mõisteid „*võrra*" ja „*korda*", need aetakse omavahel segamini;
e) vastus antakse kujul: $x = \ldots$ ja $y = \ldots$;
f) jäetakse tegemata kontroll ülesande teksti järgi.

**Õpetajate eksimused:**

a) kontrollitakse vaid lõppvastust, vahepealsetes tehetes palju vigu, kuid need parandamata. Mõne töö puhul oli õpilane B-varianti lahendades kirja pannud A-variandi vastuse ja see loeti õigeks;

b) töös on ebamäärane joonis (puuduvad tähised või need on valed), kuid õpetaja ei tee selle kohta ühtegi märget. Selliste jooniste korral ei saa kirja panna ka õigeid võrrandeid, aga töödes olid need täiesti olemas.

**Ülesanne 5**

Ülesandes oli vaja korrastada statistiline rida ja vastata küsimustele.

**Õpilaste vead:**

a) eksiti hinnete kokkulugemisega (tabelis valed arvud);

b) 1. küsimuse alapunktis a) nõutud selgitused olid ebapiisavad;

c) ühe kooli õpilased leidsid iga hinde jaoks eraldi aritmeetilise keskmise ja see erines hindest endast;

d) eksiti aritmeetilise keskmise ümardamisel;

e) uus mõiste *moodulhinne*.

**Õpetajate eksimused:**

a) 1. küsimuse punktis a) anti ebapiisava või mittekorrektse põhjenduse eest täispunktid;

b) ka õpetaja on veendunud, et hinnete aritmeetiline keskmine võib olla 24; 8; 2,7; 4 ja 4,8.

**Ülesanne 6**

Õpilased pidid aktsiad jaotama vastavalt osanike osalusele ning välja arvutama aastakasumi.

**Õpilaste vead:**

a) ei osatud leida tervet osamäära järgi;

b) termin „*võrdeliselt*“ tekitas segadust ja õpilased ei osanud iga aktsionäri kasumisummat leida;

c) annetatud summa arvutati valesti;

c) jaotamisele kuuluvast summast ei võetud maha annetatud summat;

**Õpetajate eksimused:**

a) õpetaja aktsepteerib kirjutist 1,4 milj – 16800;

b) õpilane kirjutas $(100 \cdot 3) : 6 = 60$, õpetaja lisas vastusele protsendimärgi!;

c) õpetaja loeb õigeks, et $3 : 5 = 0{,}6\%$, samuti $40 = 40\%$;

d) õpetaja loeb õigeks absurdse võrduse $\frac{1}{40} = 34580$ (kr).

**Ülesanne 7**

Joonisel oli antud ruutfunktsiooni graafik. Õpilane pidi tegema nõutud arvutused, joonist täiendama ja andma vajalikud põhjendused.

**Õpilaste vead:**

a) õpilased ei tea, mis on funktsiooni nullkohad. Selle asemel pannakse kirja parabooli ja $x$-telje lõikepunktide koordinaadid. Mõnes töös kirjutati ka nii: *nullkohad on* $x = -3$ *ja* $y = 0$;

b) uus mõiste „$x$-nullkohad“ ja „$y$-nullkohad“;

c) alapunktis 2 kirjuti vastusesse ka need $x$-i väärtused, mille korral $y = 0$;

d) ei pandud tähele, et nõuti $x$ täisarvulisi väärtusi, ja seetõttu kirjuti vastuseks $-3 < x < 1$;

e) sirge $y = \frac{2}{3}x + 1$ joonestamiseks koostati väärtuse tabel (vahel võeti sinna 5…6 $x$ väärtust), kuid ebaõnnestunud $x$ valiku korral tuli ka $y$ väärtus murruline ja seda ei saanud täpselt teljestikku märkida. Seepärast olid paljud joonised ebatäpsed;

f) eksiti sirge joonestamisel, s.t ei osatud $y$ väärtust arvutada;

g) alapunktis 5 esitatud küsimusele anti pikki, kuid mitte asjakohaseid selgitusi.

**Õpetajate eksimused:**

a) vähemalt saja töö korral ilmnes, et õpetajad ajavad segamini funktsiooni *nullkohad* ja *graafiku lõikepunktid abstsissteljega*;

b) loeti õigeks ka vastus kujul: „$x$-nullkohad“ ja „$y$-nullkohad“;

c) nullkohtade ülemärkimiseks kasutatakse ümarsulge, s.t $x = (-3;\ 1)$;

d) sama viga kordus ka alapunkti 2 vastuse väljakirjutamisel;

e) nullkohtade „parandamisel“ paljud õpetajad lugesid õige vastuse õigeks ja ka vale vastuse õigeks, üksikutel juhtudel püüti ka õige vastus valeks parandada.

## Ülesanne 8

Ülesandes oli vaja leida korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala ning välja arvutada telgi katuse jaoks vajamineva riide hulk. Ülesande lahendamist raskendas mõnevõrra skandaalselt halva kvaliteediga joonis.

**Õpilaste vead:**

a) ei osata midagi peale hakata etteantud nurga siinuse või koosinusega;

b) eksitakse Pythagorase teoreemi kasutamisel;

c) tehted nimeta ja nimega arvudega pole korrektsed, näiteks $4 \cdot 3 = 12$ m, mis pole kindlasti õige;

d) eelnevale jätkuks: $h = \sqrt{8^2 - 4{,}8^2} = \sqrt{64m^2 - 23{,}04m^2} = \ldots = 6{,}4m$;

e) külgpindala asemel leitakse täispindala;

f) eksitakse töötlemiskadude arvutamisel;

g) eksitakse tulemuse ümardamisel.

**Õpetajate eksimused:**

a) õpilane leidis nii külgpindala kui ka täispindala, õpetaja võttis ühe punkti maha. Selleks pole mingit põhjust;

b) segadus nimeta ja nimega arvude kasutamisel;

c) õigeks loetakse eelnevale jätkuks: $h = \sqrt{8^2 - 4{,}8^2} = \sqrt{64m^2 - 23{,}04m^2} = \ldots = 6{,}4m$;

d) õpetaja jätab parandamata sisulised vead (lõppvastus on küll üllataval kombel õige, kuid mitte õigel viisil saadud).

## 8. Koolide hindamiskomisjonide töö põhipuudusi

Põhjalikumalt analüüsiti esitatud 1735 tööst 854 tööd 37 koolist ja vaid nelja kooli tööde puhul saab öelda, et eksamikomisjoni kuulunud õpetajad olid oma töö teinud korrektselt.

A. Kolme kooli puhul võib kindlalt väita, et eksamitööd jäeti parandamata ja töö päisesse kirjutati üksnes punktisumma. Need summad ületavad tegelikke tulemusi kuni 10 punkti võrra.

B. Tööde vormistamisele ei pöörata tähelepanu, s.t eksamikomisjon ei varusta õpilasi isegi vormikohase paberiga eksamitöö kirjutamiseks (rebitud vihikulehed, tööd kooli blanketil).
C. Mitme kooli tööde puhul on selgelt näha, et on massiliselt maha kirjutatud, s.h ka harvaesineval veal tuginev lahendus on mitmes eksamitöös.
D. Ilmsed vead ja eksimused jäetakse parandamata, ilmselt on kontrollitud vaid lõppvastust. Vea tekkimise koht on märkimata.
E. Ühe ja sama eksimuse (vea) korral kord võetakse punkte maha ja kord ei võeta.
F. Eksamitöös on viide eeltööle, mida aga lisatud ei ole.
G. Palju eksimusi arvutamisel nimeta ja nimega arvudega ja protsendi mõiste kasutamisega.
H. Loetakse õigeks lubamatud ümardamised (näiteks $\frac{1}{3} = 0{,}3$ vms).
I. Eksamitööd on parandatud hariliku pliiatsiga.
J. Eksamitöödesse on teise käekirjaga ja teist tooni sinise pastaga tehtud lahendustele täiendusi.
K. Tekstide lehed ei ole lisatud eksamitööle.

## 9. Ettepanekud 2007. a eksamitöö koostamiseks

1. Mõelda sellele, kas kõik eksamitöö kohustusliku osa ülesanded peavad olema tingimata 7 punkti väärilised. 2006. a eksami puhul ei olnud 1. ja 4. ülesanne samaväärsed.
2. Enne eksamilehtede tegemist üle vaadata joonised, veendumaks nende õigsuses.
3. Laiendada teemade ringi. 2006. a eksamitöös ei olnud ühtegi ülesannet, kus olnuks vaja teadmisi ringjoone ja ringi kohta (neid väljajäänud teemasid on veelgi).
4. Viimane ettepanek on kõige uuenduslikum: teen ettepaneku koostada eksamitöö kaheosalisena. Esimeses osas oleksid põhiteadmisi ja –oskusi kontrollivad küsimusülesanded ja teine osa analoogiline praeguse eksamitöö valikülesannete osaga. Probleem on selles, et praeguse eksami formaadi korral ei saa anda üldistavat hinnangut õppekava omandatuse kohta, kuna kõik ainevaldkonnad ei ole ülesannetega kaetud.

## 10. Ettepanekud õpilastele ja õpetajatele 2007. a eksamiks valmistumisel

1. Pöörata tähelepanu avaldise väärtuse arvutamise ülesannetele (näide: leida funktsiooni $y = -3x^2 + 2{,}5x - \frac{2}{3}$ väärtused juhul, kui $x \in \left\{-3; -1; -\frac{1}{3}; 1; \frac{2}{3}\right\}$).
2. Põhjalikult käsitleda protsentarvutamise põhiülesandeid, s.h ülesandeid terve leidmisele osamäära järgi ja vastupidi.
3. Korrata mõõtühikutevahelisi seoseid.
4. Korrata ümardamise reegleid ja arvutamist ligikaudsete arvudega.
5. Harjutada graafikute joonestamist ja lugemist (ka seda, kuidas mõistlikult joonestada näiteks sirget $y = -\frac{2}{7}x + 5$).
6. Harjutada tasandiliste ja ruumiliste kujundite ja nende osade joonestamist ning nende elementide tähistamist.
7. Harjutada tekstülesannete puhul sisulise kontrolli tegemist.
8. Ülesannete lahenduste kirjalikul selgitamisel vältida ülekommenteerimist.
9. Pöörata tähelepanu ülesannete vormistamisele ja sõnastuste korrektsusele.